

phase à 400 et 660 km, a rarement été citée. Concernant la tomographie sismique, on rappellera que celle-ci donne accès aux anomalies de vitesse par rapport à un modèle de référence radial de Terre (en général PREM) et pas directement à des températures.

Les questions de cours portant sur la composition chimique de la Terre ont été également correctement traitées, à l'exception de quelques copies catastrophiques dont les auteurs rencontraient visiblement pour la première fois les termes péridotites et chondrites. Les réponses témoignent parfois d'une certaine confusion entre minéraux et roche, l'olivine devenant par exemple pérovskite puis muscovite lors des changements de phases. Les calculs de la masse de la Terre, qui faisaient appel à une simple application des lois de Newton ont été souvent réussis, alors que le problème de thermodynamique simple traitant de la formation du noyau l'a été rarement. Les candidats ont très peu de notions sur les chondrites et ne connaissent pas les arguments utilisés pour mettre en évidence la présence d'éléments légers dans le noyau. L'âge de la Terre est trop souvent estimé à 5 milliards d'années, voire 14 Ga, par confusion avec un âge possible de l'Univers. L'interprétation des variations de la composition isotopique en fonction de la température est plutôt bien comprise, même si la "préférence" de ^{16}O pour la phase vapeur est systématiquement attribuée au "poids" de l'atome alors que l'explication est de type atomistique, liée à l'énergie de liaison. Les calculs thermodynamiques simples permettant d'obtenir une estimation de la composition du noyau, lorsqu'ils ont été traités par les candidats, l'ont été de façon satisfaisante.

La seconde partie, plus géologique, s'intéressait à quelques aspects clefs de la dynamique crustale et lithosphérique. Très peu de copies ont fourni un schéma satisfaisant du rifting actif, notamment parce que l'érosion du bombement thermique est systématiquement oubliée. La définition de l'anomalie de Bouguer est restée très approximative, avec une confusion généralisée entre la correction de Bouguer et l'anomalie, mais la signification de son signe est souvent assimilée. On peut se féliciter également que les calculs d'équilibre isostatique aient été bien menés en général.

L'altération de la croûte continentale a été souvent le parent pauvre des copies, alors qu'il s'agissait d'une partie principalement axée sur des notions vues en cours. Le rôle du climat sur l'altération n'a quasiment jamais été décrit de façon semi-quantitative via les réactions de formation des argiles. La seconde partie, essentiellement mathématique, a été souvent bien réussie, même si on peut regretter des erreurs grossières dans les manipulations des unités et des puissances de 10. La résolution des équations différentielles est globalement bien assimilée et bien valorisée dans le traitement des problèmes géologiques. Les questions - simples - sur les glissements de terrain ont été souvent omises faute d'une juste gestion du temps probablement.

La troisième partie du sujet était centrée sur le cycle du carbone. Malheureusement, quasiment aucune copie n'a présenté de schémas illustrant quantitativement les flux entre réservoirs. Ces données sont pourtant essentielles à la compréhension de ce cycle. On rappellera la nécessité dans ce type de schéma d'utiliser des unités sensées, c'est à dire éviter de donner des concentrations en Gt/an par exemple. La seconde moitié de cette partie, mathématique, a été peu traitée, mais alors avec succès, en dépit des difficultés de manipulation des expressions mathématiques obtenues. On peut regretter la faible maîtrise de l'utilisation des développements limités pour discuter les cas limites suggérés dans l'énoncé.

Corrigé du sujet :

PREMIÈRE PARTIE (durée 1h30)

Structure et composition de la Terre profonde

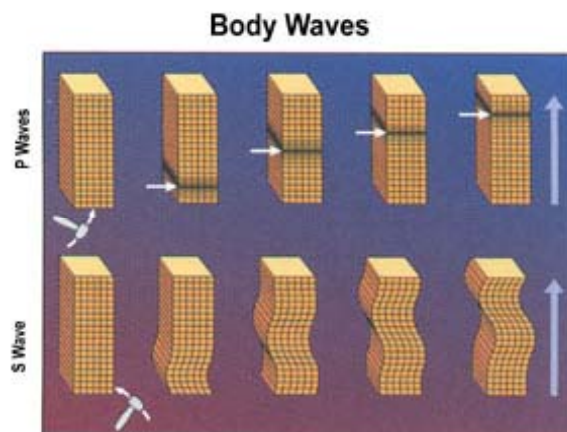
1. La structure du manteau révélée par la sismologie :

Les sismologues utilisent la propagation des ondes sismiques pour « imager » l'intérieur de la Terre. Les mesures de variations de vitesse des ondes avec la profondeur permettent notamment de définir des interfaces majeures à l'intérieur du globe.

- a. Quels sont les deux types d'onde de volume se propageant dans la Terre suite à un séisme ? Illustrez d'un schéma le mouvement des particules associé à ces deux types d'ondes. Donnez l'expression de la vitesse de ces ondes en fonction des propriétés du milieu (propriétés que vous définirez). Laquelle de ces deux ondes ne se propage pas dans les liquides, et pourquoi ?

Les ondes de volume sont les ondes de compression (longitudinales) (P) et les ondes de cisaillement (transversales) (S).

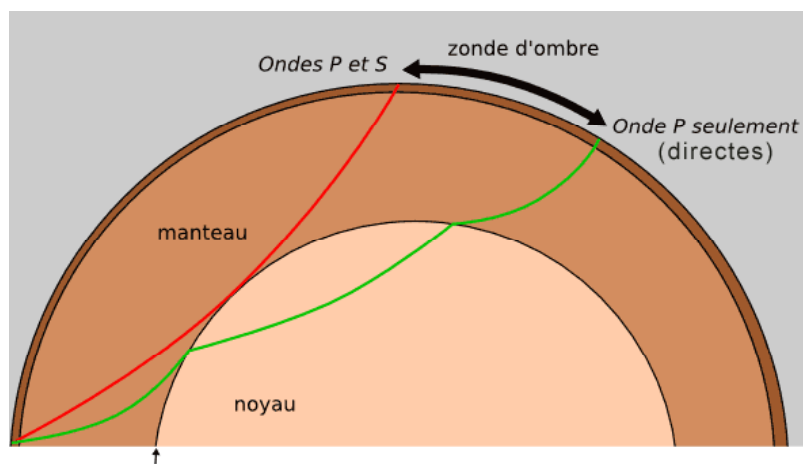
Les mouvements de la matière sont illustrés sur le schéma ci-dessous



En fonction du module d'incompressibilité K (Pa), du module de cisaillement μ (Pa) et de la masse volumique des roches ρ (kg m^{-3}), les vitesses sont $V_p^2 = (K + 4/3\mu)/\rho$ et $V_s^2 = \mu/\rho$.
 Les ondes S ne se propagent dans les liquides, car on ne peut les cisailier ($\mu=0$)

- b. Expliquez à l'aide d'un schéma comment les lois de la réfraction optique permettent de mettre en évidence la présence d'une zone liquide (noyau externe) à l'intérieur de la Terre. Comment peut-on mettre en évidence la présence d'un noyau solide au centre de la Terre ?

La loi de Descartes à l'interface entre un milieu 1 et un milieu 2 s'écrit $\sin(i)/V_1 = \sin(t)/V_2$, où i est l'angle d'incidence par rapport à la verticale, t est l'angle de transmission, et V_1 et V_2 sont les vitesses de propagation de l'onde respectivement dans le milieu 1 et le milieu 2. Si $V_2 > V_1$ l'onde s'éloigne de la verticale lors de la transmission (cas classique), alors que si $V_2 < V_1$, l'onde se rapproche de la verticale : on peut alors générer une zone d'ombre, comme illustré pour le cas du noyau terrestre dans le schéma ci-dessous :

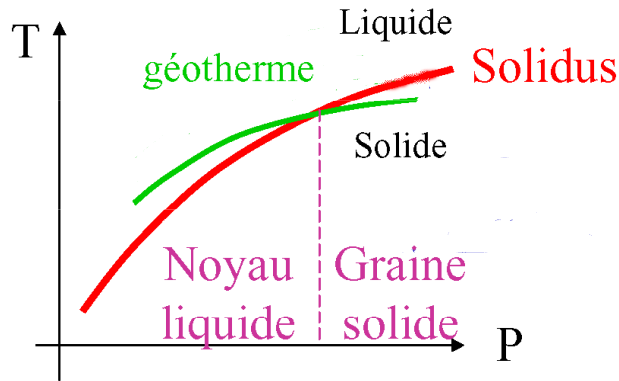


Évidence d'une graine solide : les ondes PKJKP (qui se propagent en tant qu'ondes S dans le noyau solide), les ondes réfléchies à l'interface entre les deux noyaux, et les modes propres.

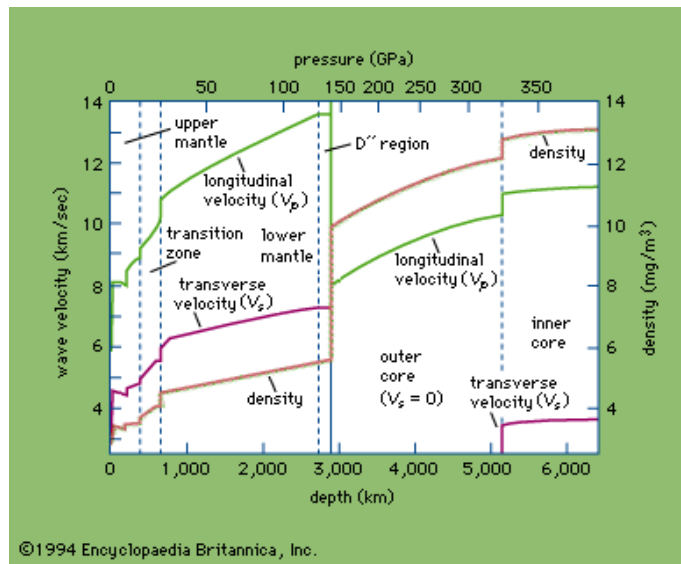
- c. Expliquez à l'aide d'un diagramme pression-température la raison thermodynamique de la présence d'un noyau solide au cœur de la Terre là où il fait pourtant le plus chaud ? Proposez une valeur de la température et de la pression au centre de la Terre.

L'effet de la pression sur le solidus lui permet d'être franchi par le geotherme (cf diagramme).

$T \approx 5500^\circ\text{C}$ - $P \approx 365 \text{ GPa}$



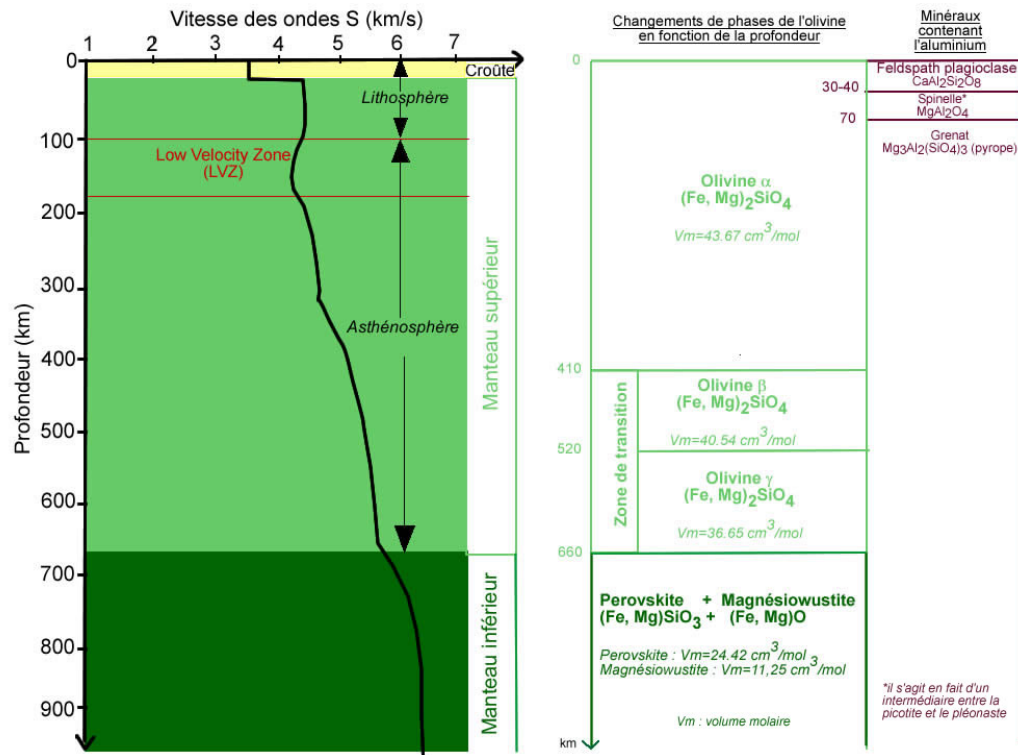
- d. Le modèle de Terre radial dit « PREM » (Preliminary Reference Earth Model) donne les variations de vitesses sismiques moyennes à l'intérieur de la Terre. Depuis la base de la croûte jusqu'à la limite noyau-manteau, rappelez les profondeurs des interfaces caractérisées par une forte variation des vitesses sismiques, et donnez leur nom.



Il n'y a pas vraiment de nom pour ces interfaces ; on les désigne comme les limites entre des couches, comme la limite manteau inférieur-manteau supérieur, ou leur profondeur : discontinuité des 400 km et des 660 km, et sommet de la couche D''.

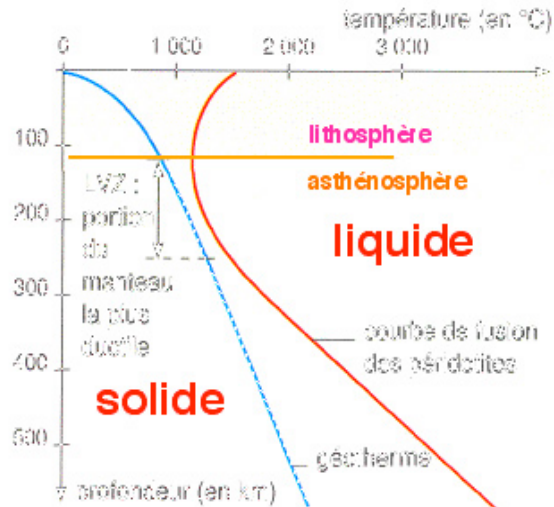
- e. Proposez une interprétation de ces discontinuités en faisant appel aux résultats des études expérimentales de minéralogie à haute pression et haute température.

La limite des 410 km correspond principalement à la transformation olivine -> wadsleyite, puis à 520 km -> ringwoodite, et la limite des 660 km correspond à la transformation ringwoodite -> pérovskite + magnésowüstite (ou Ferropériclase). La couche D'' correspond à la transition pérovskite -> post-pérovskite ou à une transition chimique.



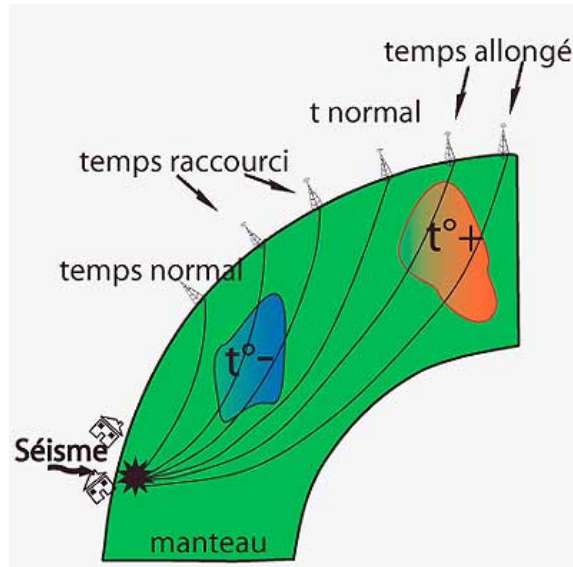
f. L'asthénosphère est une zone caractérisée par une faible vitesse de propagation des ondes sismiques. Proposez à l'aide d'un diagramme profondeur-température une interprétation de cette caractéristique.

Le géotherme vient tangenter le solidus ; l'asthénosphère est ainsi une couche molle, de faible viscosité (mais pas fondue : les ondes S s'y propagent, cf diagramme)



- g. La figure 1 est une image de tomographie sismique montrant l'écrasement d'une lithosphère océanique à la limite entre le manteau supérieur et le manteau inférieur. Rappelez les principes de la tomographie sismique. À quoi correspond l'échelle de couleur sur ce type de figure ? Expliquez pourquoi le changement de phase se produisant à la limite entre les deux manteaux est de nature à ralentir - voire à empêcher dans certains cas - le passage des plaques en subduction.

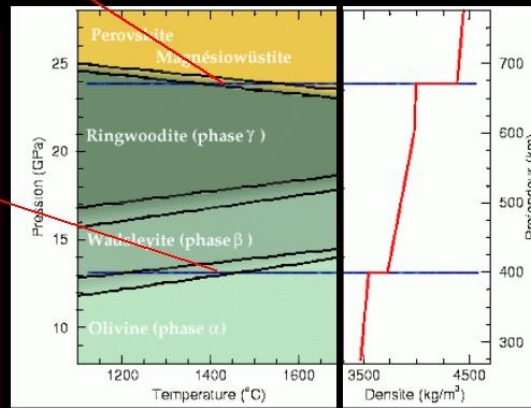
[Principe de la tomographie sismique : retard ou avance d'une onde par rapport au temps de trajet déduit du modèle PREM par exemple, correspond à zone lente ou rapide - L'échelle de couleur correspond à des anomalies de vitesse (en %) par rapport au modèle de référence (par ex. PREM) - Le changement de phase à la limite des 660 km correspond à une augmentation de densité. Or ce changement de phase est ralenti pour les basses températures. Ainsi la plaque plongeante froide n'est pas affectée par le changement de phase à la même profondeur que le manteau « chaud » : ceci réduit l'écart de densité entre la plaque et le manteau et diminue la poussée d'Archimède, donc le moteur des mouvements descendants.



Pourquoi cette « stagnation » à 670 km ?

Le slab, plus froid, est encore en phase γ quand il arrive à 670 km. Il a du mal à s'enfoncer

Le slab, plus froid, passe en phase β à une profondeur inférieure à 400 km. Quand il arrive à 400 km, il est déjà en β et n'a aucun problème pour continuer à descendre



2. La composition chimique de la Terre :

a. Donnez les principaux minéraux composant une péridotite de type Lherzolite et leur composition chimique. Quelle est la différence de composition minéralogique entre une Harzburgite et une péridotite de type Lherzolite ; à quel phénomène est-elle due ?

[Une péridotite lherzolite est composée d'olivine $(Mg,Fe)_2SiO_4$, d'ortho et clinopyroxène $(Mg,Fe,Ca)_2(SiO_3)_2$ et d'une phase alumineuse $(CaAl_2Si_2O_8)$, plagioclase, spinelle ou grenat en fonction des pressions croissantes. Une harzburgite a subi une fusion partielle qui a fait disparaître les clinopyroxènes et la phase alumineuse.

b. Un des indices des variations de composition de la Terre avec la profondeur est la différence entre la densité des roches échantillonnées en surface et la densité moyenne de la planète. Pour obtenir la densité moyenne de la Terre, on peut la « peser » en utilisant la Lune.

α. Rappelez l'expression de l'accélération centrifuge d'un corps en rotation.

$a = v^2/R$ avec R la distance entre le centre de masse du corps en rotation et l'axe de rotation, et v la vitesse du mouvement (en $m\ s^{-1}$). Peut s'écrire également $a = R\ \omega^2$ avec ω la vitesse de rotation angulaire.

β. En utilisant la seconde loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) appliquée à la Lune en rotation autour de la Terre, donnez la vitesse de rotation de la Lune en fonction de la masse de la Terre, de la constante gravitationnelle G et de la distance Terre-Lune.

On écrit $\Sigma f = ma$, c'est à dire $G Mm/R^2 = m R\ \omega^2$, soit $\omega = (G M / R^3)^{1/2}$

γ. En déduire une relation entre la période de rotation de la Lune et la masse de la Terre.

La période de rotation s'écrit $T = 2\pi/\omega$, soit $T = 2\pi (R^3 / G M)^{1/2}$

δ. Calculez à partir de cette relation la masse de la Terre et sa masse volumique moyenne. Comment se compare-t-elle à la masse volumique d'une péridotite ?

Données utiles au calcul : $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$, distance Terre-Lune = 384 400 km, période de révolution lunaire = 27,4 jours, $\{4\pi^2 \times 3,844^3 / 6,67 / (2,75 \times 3,6 \times 2,4)^2 = 0,6\}$.

L'application numérique de la relation précédente donne $M = 4\pi^2 R^3 / G T^2 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

La densité vaut $\rho = M / (4/3\pi R_T^3)$ avec R_T le rayon de la Terre, soit $\rho \approx 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, nettement plus élevée que la densité de $3,3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ d'une péridotite.

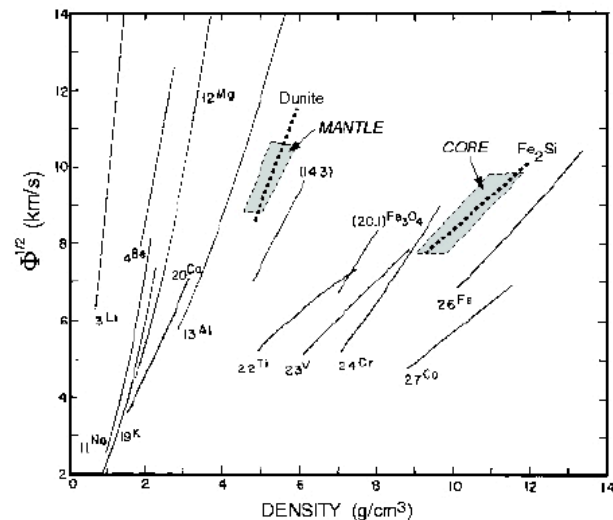
c. La composition du noyau terrestre n'est accessible que de façon indirecte, notamment par l'étude des météorites et par l'utilisation de contraintes géophysiques.

α. Quel type de météorites suggère que le noyau terrestre est formé majoritairement d'un alliage de fer et de nickel ?

Les météorites de fer et les pallasites, qui sont elles mêmes formées d'un alliage de fer et de nickel (plus des olivines pour les pallasites).

β. Quels arguments géophysiques permettent d'avancer que le noyau terrestre contient également entre 7 et 14% d'éléments légers (silicium, oxygène et/ou soufre) ?

La loi de Birch qui établit une relation entre la densité des roches et la vitesse des ondes sismiques montre que le noyau est moins dense qu'un pur alliage Fe-Ni et doit contenir des éléments légers.



d. Qu'est-ce qu'une chondrite ? Donnez le nom des différents types de chondrites que vous connaissez. Quel est l'âge du système solaire obtenu à partir des chondrites ?

Une chondrite est un corps primitif du système solaire, formé de l'agglomération de chondres dans une matrice contenant du fer et des silicates. On peut citer les chondrites ordinaires (H), carbonées (CO, CI) et à enstatite (EH). L'âge du système solaire obtenu par datation Uranium/

Plomb des inclusions réfractaires dans les chondrites est de 4,566 milliards d'années (4,567 Ga était accepté).

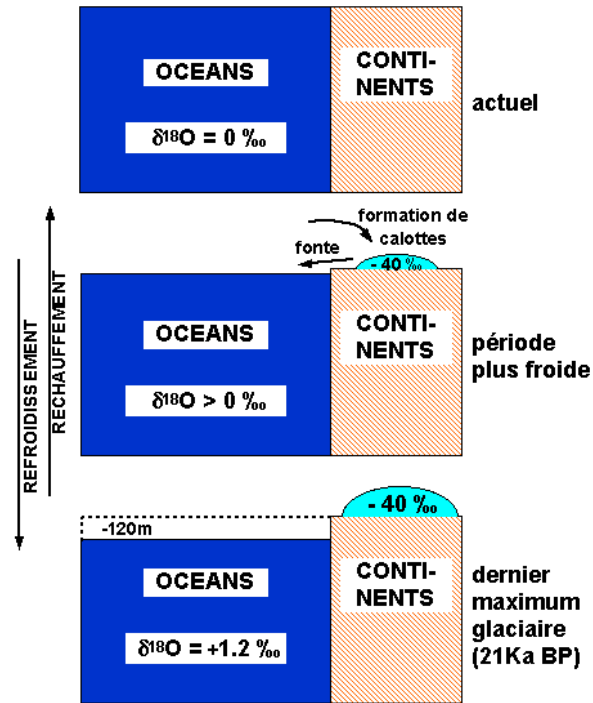
e. Des arguments d'identité isotopique permettent d'apparenter certaines chondrites à la Terre. La figure 2 donne sur un diagramme $\delta^{17}\text{O}$ - $\delta^{18}\text{O}$ la position de certaines chondrites repérées par des acronymes (EH, C1, L...), et la position de la droite sur laquelle se localisent des échantillons terrestres (droite de fractionnement terrestre en bleu).

α. Rappelez la définition du $\delta^{18}\text{O}$. Comment est-il mesuré ? Expliquez en vous appuyant sur un schéma comment évolue ce rapport dans la neige aux pôles en fonction de la température et de la quantité de glace stockée à la surface du globe.

Le $\delta^{18}\text{O}$ est obtenu par spectrométrie de masse ; il exprime la différence de composition en Oxygène 16 et en Oxygène 18 entre l'échantillon et une référence, par exemple mesurée sur l'eau sous la forme :

$$\delta^{18}\text{O} = \left[\left(\frac{H_2^{18}\text{O}}{H_2^{16}\text{O}} \right)_{\text{échant}} / \left(\frac{H_2^{18}\text{O}}{H_2^{16}\text{O}} \right)_{\text{réf}} - 1 \right] \times 1000$$

Dans la neige aux pôles ce rapport est très négatif car la vapeur d'eau formant les nuages est appauvrie en ^{18}O (Rmq : cet effet n'est pas lié à la masse de l'eau « enrichie » en oxygène 16, mais à la stabilité respective des liaisons H_2^{16}O et H_2^{18}O dans les phases liquide et vapeur en fonction de la température). Plus la quantité de glace stockée est importante, plus le réservoir océanique sera appauvri en ^{16}O (qui est stocké dans les glaces par précipitations) d'après le même principe.



β. Quel scénario de formation de la Lune peut expliquer sa position sur la droite de fractionnement terrestre ?

La Lune a la même composition isotopique que le manteau terrestre et lui est donc apparentée : le scénario du grand impact explique la formation de la Lune à partir de la Terre et explique cette homogénéité isotopique.

γ. Quel type de chondrite peut-être apparenté à la Terre d'après la figure ?

Les chondrites à enstatite (EH) sont isotopiquement apparentées à la Terre d'après la figure.

f. Les météorites apparentées à la Terre dans le diagramme précédent ne contiennent pas de fer oxydé (FeO), mais uniquement du fer sous forme métal (Fe). Certains modèles proposent que la différenciation planétaire à partir de ce type de matériel à haute pression et haute température, peut-être décrite sous la forme d'une équation d'échange qui couple le fer oxydé (FeO) produit dans le manteau au silicium dissous dans le noyau :



α. Pour une masse M_{FeO} de FeO formée dans le manteau, quelle est la masse M_{Si} de Si dissous dans le noyau d'après cette réaction ? (N.B. : on se contentera de donner une formule sans faire le calcul).

Le nombre de moles de fer formées est $M_{\text{FeO}}/m_{\text{FeO}}$ avec m_{FeO} la masse molaire de FeO. Pour une mole de FeO formée, 1/2 mole de Si sont formées. On a donc une masse de Si formée égale à $M_{\text{Si}}=M_{\text{FeO}}/m_{\text{FeO}}/2x m_{\text{Si}}$ avec m_{Si} la masse molaire de Si.

β. Pour un manteau contenant 7,6% en masse de FeO, quel est le pourcentage en masse de FeO dans la Terre totale ? (N.B. on se contentera de donner une formule sans faire le calcul).

Le manteau représentant 67% de la masse totale de la Terre, la teneur totale en fer est $0.67x7.6\%$

γ. Déduire des deux questions précédentes le pourcentage en masse de Si dissous dans le noyau. (N.B. : faire l'application numérique).

La masse de Si dissous dans le noyau s'écrit $0.67x7.6\% x m_{\text{Si}}/m_{\text{FeO}}/2$, masse qui se retrouve dans le noyau, lequel fait 33% de la masse de la Terre, d'où une concentration en fer dans le noyau de $0.67/0.33x7.6x m_{\text{Si}}/m_{\text{FeO}}/2=3\%$

δ. Si on prenait en compte la présence d'oxygène dissous dans le noyau via la réaction



comment changerait l'estimation de la quantité de Si dissoute dans le noyau ?

D'après cette réaction, on voit qu'il faut d'abord former du FeO dans le manteau avant de dissoudre de l'oxygène dans le noyau. L'oxygène du noyau correspond ainsi à d'avantage de FeO formé dans le manteau (puis dissous dans le noyau) et donc de Si dissous dans le noyau. Le calcul précédent est donc une borne minimum.

Données utiles au calcul : masse du noyau $\approx 33\%$ de la masse de la Terre, $M_{\text{O}} \approx 16$ g/mol, $M_{\text{Si}} \approx 28$ g/mol, $M_{\text{Fe}} \approx 56$ g/mol, $\{7,6x6,7x7/3,6/3,3=30\}$.

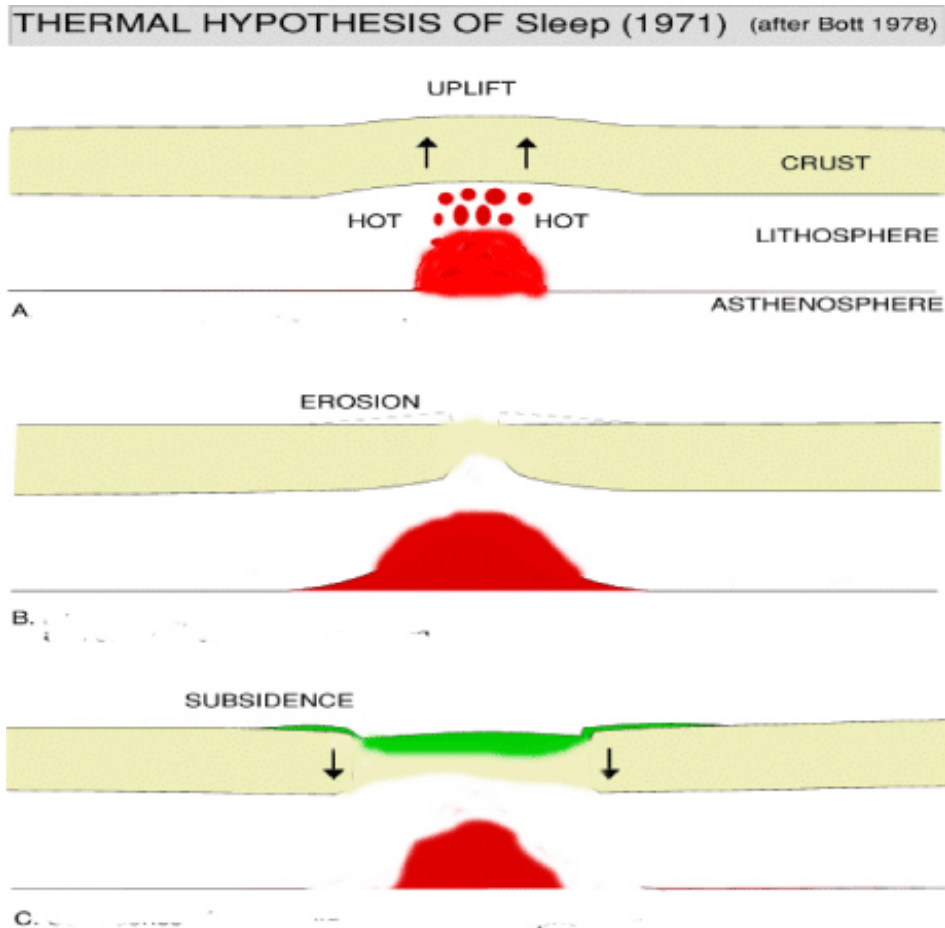
DEUXIÈME PARTIE (durée 1h30)

Dynamique et évolution de la lithosphère et de la croûte continentales

1. Formation de bassins intracontinentaux par subsidence thermique :

On trouve en Amérique du Nord des bassins sédimentaires de forme cylindrique, dont on peut expliquer l'origine par subsidence thermique dans le cadre général établi pour décrire le « rifting actif ».

a. À partir d'un ensemble de schémas, expliquez la formation d'un bassin sédimentaire par subsidence thermique suite à l'arrivée d'un panache mantellique sous la lithosphère.



Dans ce schéma il est important de noter l'érosion suite au bombement thermique qui entraîne ensuite la formation du bassin (sans l'érosion, la lithosphère se dilaterait thermiquement puis reviendrait simplement à son état initial).

b. On met en évidence par sondage géophysique sous les bassins intracratoniques Nord-Américains un manteau de densité anormale, supérieure à la densité du manteau adjacent.

α. Donnez la formule définissant l'anomalie de Bouguer, en expliquant la signification des différents termes introduits.

On compare la valeur mesurée de g à celle théorique sur l'ellipsoïde de référence. En général la mesure de g n'a pas eu lieu à l'altitude 0 et il faut corriger de cette différence d'altitude. La première correction à prendre en compte est la différence de distance au centre de masse entre l'altitude de mesure et l'altitude 0, c'est ce que l'on appelle la correction à l'air libre. La seconde correction prend en compte le fait que de la roche est présente entre l'altitude de mesure et l'altitude zéro, et il faut corriger de l'effet gravitationnel de cette masse rocheuse. C'est ce que l'on

appelle la correction de plateau. La différence entre g mesuré et corrigé de l'effet de l'altitude et de plateau et g théorique définit l'anomalie de Bouguer.

$$BA = g_{\text{mesuré}} - g_{\text{théorique}} + [dg/dz (\text{air libre}) + 2\pi G \rho_c (\text{plateau})] \times \text{altitude}$$

β. Quel est le signe de l'anomalie de Bouguer sous une chaîne de montagne, et que signifie-t-il ? Quel est le signe attendu dans le cas des bassins considérés ici ?

Sous une chaîne de montagne il se forme une racine crustale moins dense que le manteau adjacent qui contribue à l'équilibre isostatique. Ce déficit de masse donne une anomalie de Bouguer négative. Inversement sous les bassins intracratoniques l'excès de masse représenté par la densité plus forte que le manteau adjacent va donner une anomalie de Bouguer positive

c. À partir des informations de la figure 3 réalisez un calcul d'équilibre isostatique pour obtenir la densité du manteau lithosphérique anormal sous le bassin.

L'équilibre isostatique s'écrit comme l'équilibre des pressions à la base de la lithosphère sous le bassin et à côté du bassin, la pression étant donnée par la somme des densités fois les hauteurs de chaque compartiment. En écrivant cette égalité on obtient $\Delta\rho = 400 \times 2/80 = 10 \text{ kg m}^{-3}$.

d. Le coefficient de dilatation thermique est défini comme $\alpha = -1/\rho (d\rho/dT)$. En déduire l'expression de la masse volumique ρ en fonction de l'anomalie de température ΔT et de α (on introduira $\rho(\Delta T=0)=\rho_0$). En prenant $\rho_0=3200 \text{ kg m}^{-3}$ et $\alpha=2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, calculez l'anomalie de température minimale ΔT du manteau qui s'est mis en place dans la lithosphère, avant d'entraîner par son refroidissement la formation du bassin. (N.B. : On utilisera un développement limité pour ce calcul ; on donne $5/3,2=1,56$).

L'intégration de la formule donne $\rho = \rho_0 \exp(-\alpha\Delta T)$. Pour ΔT petit on utilise un développement limité pour écrire $\rho \approx \rho_0 (1 - \alpha\Delta T) = \rho_0 + \Delta\rho$, d'où $\Delta T = \Delta\rho/\rho_0\alpha = 156 \text{ }^\circ\text{C}$

2. Altération de la croûte continentale :

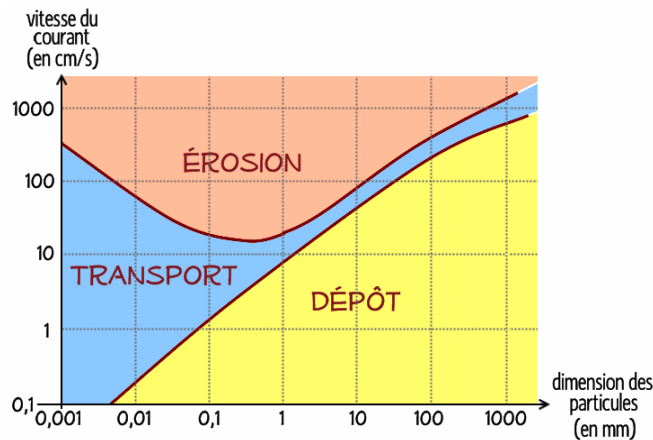
Les reliefs continentaux résultent de l'interaction entre les forces tectoniques et les processus d'érosion.

a. Rappeler la composition minéralogique typique d'un granite.

Un granite comporte du quartz, des feldspaths potassiques (et plagioclases), et un ou deux micas blancs et noirs (muscovite et biotite) (plus des minéraux accessoires comme l'apatite)

b. En vous appuyant sur le diagramme de Hjulström, expliquez pourquoi l'érosion mécanique des roches s'accompagne d'un tri granulométrique.

Pour une vitesse de courant donnée, le diagramme de Hjulström nous montre qu'il existe une taille limite pour laquelle les particules ne seront pas transportées, ce qui génère un tri en fonction de la taille des particules, les particules fines étant transportées le plus loin.



c. À partir de l'exemple de l'orthose, illustrez l'influence du climat sur l'altération chimique. L'érosion de l'orthose s'écrit $a\text{KAlSi}_3\text{O}_8 + b\text{H}_2\text{O} = \text{minéraux hydratés (argiles)} + \text{ions en solutions (Si(OH)}_4, \text{K}^+, \text{OH}^-)$:

En milieu tempéré $5\text{KAlSi}_3\text{O}_8 + 20\text{H}_2\text{O} = 2\text{K}_{0,5}\text{Al}_2,5\text{Si}_{3,5}(\text{OH})_2 + 8\text{Si(OH)}_4 + 4\text{K}^+ + 4\text{OH}^-$, ratio eau/feldspath=4, formation de smectites.

En milieu tropical dans la litho-marge $2\text{KAlSi}_3\text{O}_8 + 11\text{H}_2\text{O} = \text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4 + 4\text{Si(OH)}_4 + 2\text{K}^+ + 2\text{OH}^-$, ratio eau/feldspath=5,5, formation de kaolinite.

En milieu tropical dans la cuirasse latéritique $\text{KAlSi}_3\text{O}_8 + 8\text{H}_2\text{O} = \text{Al}_2\text{O}_3 + 3\text{Si(OH)}_4 + \text{K}^+ + \text{OH}^-$, ratio eau/feldspath=8, formation de gibbsite.

Plus le climat est chaud et humide, plus l'altération sera poussée et les argiles hydratées et plus la roche va perdre les alcalins et la silice : smectites - illites (argiles TOT) en milieu tempéré, kaolinite (argiles TO) en milieu tropical. Si l'altération et l'hydrolyse sont poussées à l'extrême on forme de la Gibbsite (oxyde d'aluminium).

b. Pourquoi l'eau de mer est-elle salée, et pourquoi est-elle riche en chlore par rapport à d'autres éléments chimiques ?

L'eau de mer est salée car elle recueille les ions issus du lessivage des roches par les eaux de pluie et transportés par les fleuves. Le chlore ne participe à aucun grand cycle et se concentre dans l'eau de mer (par exemple par rapport au calcium qui est précipité par les organismes).

3. L'océan comme source d'énergie :

Parmi les éléments chimiques dissous dans l'océan, on trouve en moyenne $3,3 \cdot 10^{-6}$ g/kg d'uranium (la masse de l'océan est de $1,4 \cdot 10^{21}$ kg). La concentration en uranium dans l'eau de mer résulte du bilan entre les flux entrants et sortants d'uranium,

$$dC_U/dt = -kC_U + F_0$$

où kC_U est le flux d'uranium précipitant au fond de l'océan, et $F_0 = 14000$ t/an est le flux d'uranium apporté par les fleuves.

a. Sachant que la concentration d'uranium est constante dans l'océan (état stationnaire), déterminez le coefficient k caractérisant l'efficacité de la précipitation de l'uranium, en kg/an (*on donne $1,4/3,3 = 0,4242$*).

À l'état stationnaire on peut écrire simplement $F_0 = kC_u$, soit $k = F_0/C_u = 0.4242 \cdot 10^{16}$ kg/an (il fallait penser à transformer C_u en kg/kg)

b. On peut estimer que d'ici 100 ans la civilisation humaine consommera en moyenne $7 \cdot 10^{20}$ J par an. Sachant qu'un gramme d'uranium produit $7 \cdot 10^{10}$ J, quelle masse d'uranium devra-t-on utiliser pour couvrir ces besoins ?

On devra utiliser une masse de $7 \cdot 10^{20} / 7 \cdot 10^{10}$ g soit 10^7 kg par an

c. On peut puiser l'uranium dans l'océan pour couvrir ces besoins. L'évolution de l'uranium dans l'océan s'écrit alors

$$dC_U/dt = -kC_U + F_0 - F_1$$

où F_1 est le flux d'uranium prélevé, en kg/an.

α. Donnez la solution de cette nouvelle équation d'évolution, en prenant comme condition initial $C_U(t=0) = C_0$ la concentration actuelle de l'uranium dans l'océan.

La solution sans second membre s'écrit $C = a \exp(-kt)$

Une solution particulière est $C = (F_0 - F_1)/k$

La solution complète est alors $C = (F_0 - F_1)/k [1 - \exp(-kt)] + C_0 \exp(-kt)$

β. Cette solution tend-elle vers un nouveau régime permanent, si oui lequel ?

(*on donne $4/1,4 \times 3,3 = 9,43$*)

Le régime permanent correspond à la solution particulière $C = (F_0 - F_1)/k = (F_0 - F_1)/F_0 \times C_u$, soit $C = 0.943 \cdot 10^{-6}$ g/kg

4. Les glissements de terrain :

Les glissements de terrain sont un risque naturel important. En effet, s'ils représentent un aléa limité, ils se produisent très régulièrement, et sont associés souvent à une forte vulnérabilité.

a. On se propose de modéliser un écoulement gravitaire comme un glissement « en masse » d'un cube de roche de masse M et de côté R , qui se détache d'une hauteur H . Si le bloc de roche était ramené à un point matériel, quelles seraient sa vitesse et son énergie cinétique quand il touche le sol ?

En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, on peut écrire que l'énergie cinétique du rocher quand il touche le sol, $1/2MV^2$, est égale à l'énergie potentielle à la hauteur H , MgH , soit $V=(2gH)^{1/2}$

b. Le bloc de roche va glisser à la surface du sol (que l'on considère plate et horizontale) jusqu'à avoir épuisé son énergie cinétique initiale. Cette énergie est consommée par les forces de frottements à la base du bloc, que l'on prendra comme proportionnelles en norme au poids du bloc (on introduit une constante de proportionnalité α).

α . Exprimez le travail des forces de frottement si le bloc a parcouru une distance L .

Les forces de frottements sont de norme αMg , de sens opposé à celui du mouvement. Le travail élémentaire s'écrivant $dW=f \cdot dl$, le travail total est directement $-\alpha Mg L$

β . Estimez la distance maximale parcourue par le bloc. Qu'est-ce qui vous semble remarquable dans le résultat obtenu ?

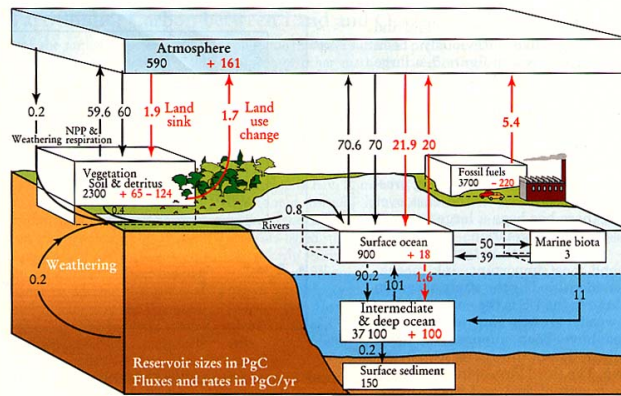
À la fin du mouvement, l'énergie initiale du système, MgH , aura été consommée par le travail αMgL , c'est à dire $L=H/\alpha$. On remarque que ce résultat ne dépend pas de la masse de roche ni de la gravité (il est donc valable sur Mars)

TROISIÈME PARTIE (durée 45 minutes)

Une étude simplifiée du cycle du carbone

a. Réalisez un schéma illustrant le cycle du carbone, en mettant en évidence les grands réservoirs et en donnant les ordres de grandeurs des flux entre ces réservoirs.

On s'attendait à un schéma du type suivant (les flux correspondent aux flèches, avec en rouge les variations récentes liées à l'action anthropiques)



b. Pour modéliser les variations des concentrations en carbone dans l'atmosphère (C_1) en fonction de différences forçages géologiques (volcanisme par exemple), on peut utiliser une équation d'évolution du type

$$\frac{dC_1}{dt} = a + b \sin(\omega t) - kC_1,$$

où $a = 48 \times 10^{15}$ g/an est le flux de carbone libéré par l'utilisation des combustibles fossiles et où $k = 0.1 \text{ an}^{-1}$ décrit l'efficacité de la photosynthèse. Le terme $b \sin(\omega t)$ représente un forçage géologique périodique de pulsation ω . On note C_0 la valeur de C_1 à $t=0$.

α. Sachant que la solution de l'équation (2) s'écrit sous la forme

$$C_1(t) = A + B \exp(-kt) + D \cos(\omega t) + E \sin(\omega t),$$

donnez l'expression de A, B, D et E. Lorsque t devient grand, comment peut être simplifiée la solution ? Peut-on définir un régime permanent ?

En remplaçant (proprement) l'expression de $C_1(t)$ dans l'équation différentielle, on obtient A, D et E. Pour obtenir B il faut utiliser la condition initiale.

$$A = a/k$$

$$D = -b\omega / (k^2 + \omega^2)$$

$$E = b / (k^2 + \omega^2)$$

$$B = C_0 - a/k - b\omega / (k^2 + \omega^2)$$

Lorsque les temps sont grands on peut simplifier la solution en supprimant le terme exponentiel.

Il n'y a pas de régime permanent car la solution ne cesse d'osciller en raison des termes en cosinus et en sinus.

β. Quelle forme prend la solution simplifiée aux grands temps, pour des fréquences d'oscillations très petites, telles que $\omega \ll k$? Que peut-on dire alors de la variation des teneurs en Carbone dans l'atmosphère : ont-elles la même amplitude que le terme de forçage, sont-elles en phase avec lui ?

Lorsque les fréquences sont très petites, le terme en cosinus peut se simplifier, et la solution s'écrit $C1(t) \approx a/k + b/k \sin(\omega t)$. L'amplitude est b/k au lieu de b et la réponse est en phase.

γ . Comment ces conclusions sont-elles modifiées pour le cas où la fréquence d'oscillation est grande, telle que $\omega \gg k$?

Lorsque les fréquences sont très grandes, le terme en cosinus peut se simplifier, et la solution s'écrit $C1(t) \approx a/k - b/\omega \cos(\omega t)$. L'amplitude est toujours modifiée, ici b/ω au lieu de b , mais cette fois la réponse est déphasée (en cosinus pour un forçage en sinus).

FIN DE L'ÉPREUVE