

SESSION 2010

SECOND CONCOURS
ECOLE NORMALE SUPERIEURE

PHYSIQUE - MATHEMATIQUES

Durée : 4 heures

L'usage des calculatrices électroniques de quelque nature que ce soit est **interdite**.

Le sujet comporte 11 pages, dont une annexe qui pourra être utile aux candidats pour le calcul de valeurs numériques impliquant la fonction $x \mapsto \exp(-x)$.

À travers les péripéties de son héros **Albert E.**, ce sujet aborde successivement plusieurs phénomènes physiques :

- la chute libre avec frottements,
- l'effet DOPPLER¹ pour une onde sonore,
- la réflexion d'ondes ultra-sonores sur des interfaces,
- l'oscillation d'un quartz d'horlogerie.

Le sujet favorisera les candidats capables de faire des approximations justifiées et des calculs d'ordre de grandeur.

1. du nom de Christian DOPPLER (1803-1853), scientifique autrichien, qui a établi en 1842 les bases du décalage en fréquence entre l'émission et la réception d'une onde sonore lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps.

Première partie

Albert E. fait de la chute libre

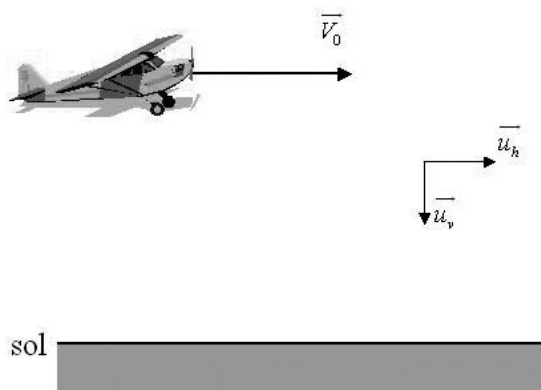
Albert E. est un passionné de parachutisme, il a déjà effectué plus de 200 sauts. Aujourd'hui, les conditions sont bonnes (air calme, beau temps établi, bonne visibilité), et Albert décide d'embarquer dans l'avion *Pilatus* pour une nouvelle aventure. Lorsque l'altitude souhaitée est atteinte, le pilote place l'avion en vol horizontal rectiligne avec une vitesse $V_0=250$ km/h (environ 70 m/s) par rapport au sol. L'origine des temps ($t = 0$) est choisie à l'instant où Albert se laisse tomber depuis l'avion.

Pour cette partie, les candidats sont invités à utiliser les notations et valeurs suivantes :

- $M=100$ kg pour la masse d'Albert E.,
- \vec{v} pour son vecteur vitesse,
- $g = 10$ m/s² pour l'accélération de la gravité,
- h pour le coefficient de frottements fluides d'Albert dans l'air.



(a) Avion "Pilatus" (photo : J. Dreues)



(b) Définition des axes \vec{u}_h et \vec{u}_v

FIGURE 1

Question I-1. Sachant que la force de frottements fluides² s'exprime par la relation vectorielle $\vec{F}_{\text{frot}} = -h\vec{v}$, déterminer la dimension du coefficient de frottements fluides h .

Question I-2. À l'instant initial ($t = 0$), pouvez-vous préciser les valeurs de :

- la vitesse d'Albert $\vec{v}(t = 0)$?
- son énergie cinétique $E_c(t = 0)$?
- son énergie potentielle $E_p(t = 0)$?

Note : préciser où se trouve l'origine des énergies potentielles.

Question I-3. Le système étudié est Albert en chute libre, assimilé à un point matériel dans notre étude ; effectuer un bilan complet des forces exercées sur le système.

Question I-4. En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique au système, établir l'équation qui lie le vecteur vitesse \vec{v} d'Albert (et éventuellement ses dérivées temporelles) aux données du problème.

2. en toute rigueur, les vitesses obtenues laissent envisager un écoulement turbulent de l'air autour d'Albert, et il conviendrait donc de modéliser la force de frottements par une expression du type $-hv^2$. L'équation différentielle obtenue serait alors non linéaire, et les calculs rendus bien plus compliqués... C'est pourquoi le sujet se limite au cas de frottements fluides induisant une force proportionnelle à la vitesse, comme si l'écoulement était laminaire.

Question I-5. Mettre l'équation précédente sous la forme standardisée suivante :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau}\vec{v} = \vec{A} \quad (1)$$

où τ est une constante scalaire et \vec{A} une constante vectorielle dont on précisera les expressions en fonction des données du problème.

Par soucis de commodité, la composante horizontale de la vitesse d'Albert sera notée $\vec{v}_h = v_h\vec{u}_h$, le vecteur unitaire \vec{u}_h étant dirigé dans le même sens que la vitesse de l'avion à $t = 0$, et la composante verticale sera notée $\vec{v}_v = v_v\vec{u}_v$, le vecteur unitaire \vec{u}_v étant dirigé vers le centre de la Terre, comme le précise la figure 1b.

Considérons tout d'abord l'équation scalaire projetée sur l'horizontale, portée par \vec{u}_h :

$$\frac{dv_h}{dt} + \frac{1}{\tau}v_h = 0 \quad (2)$$

Question I-6. Déterminer la solution de cette équation, $v_h(t)$, en n'omettant pas de préciser la condition initiale $v_{h,0} = v_h(t = 0)$, en fonction des données du problème.

On s'intéresse désormais à l'équation scalaire projetée sur la verticale, portée par \vec{u}_v :

$$\frac{dv_v}{dt} + \frac{1}{\tau}v_v = A \quad (3)$$

Question I-7. Exprimer la constante scalaire A en fonction des données du problème.

Question I-8. Ecrire l'équation *sans second membre* et déterminer sa solution générale.

Question I-9. Proposer une solution particulière de l'équation *avec second membre*.

Question I-10. En déduire la solution complète de l'équation avec second membre, $v_v(t)$, et préciser la condition initiale $v_{v,0} = v_v(t = 0)$ en fonction des données du problème.

Question I-11. Comment s'expriment respectivement les limites lorsque $t \rightarrow +\infty$ de :
– la vitesse horizontale $v_h(t)$?
– la vitesse verticale $v_v(t)$?

Question I-12. Justifier que la fonction $v_h(t)$ ne fait que décroître et que la fonction $v_v(t)$ ne fait que croître au cours du temps ; en déduire l'expression du maximum de $v_v(t)$.

Expérimentalement, Albert constate que sa vitesse limite est de 180 km/h (c'est-à-dire 50 m/s).

Question I-13. En déduire les valeurs du temps caractéristique τ et du coefficient de frottements fluides h .

Question I-14. Tracer sommairement l'évolution de $v_h(t)$ et $v_v(t)$ en fonction du temps.

On cherche maintenant à caractériser la fonction $v_v(t)$ juste après le saut, c'est-à-dire aux « petites valeurs » de t .

Question I-15. Dans un repère où l'abscisse correspond au temps et l'ordonnée à la vitesse, exprimer l'équation de la tangente à la courbe $v_v(t)$ à l'instant initial $t = 0$, puis préciser la valeur numérique de la pente de cette tangente (en m/s^2).

Question I-16. Montrer que cette tangente décrit exactement l'évolution de $v_v(t)$ dans le cas où l'on néglige les frottements fluides dans l'air...

Revenons à la situation réaliste où les frottements sont pris en compte. La phase de chute libre dure habituellement environ 50 secondes.

Question I-17. À l'instant où Albert ouvre son parachute, peut-on considérer que la vitesse limite est atteinte ?

La réglementation des clubs de parachutisme impose à ses pratiquants d'ouvrir leur parachute à 800 m d'altitude au minimum.

Question I-18. En cas de problème à l'ouverture, de quel laps de temps Albert dispose-t-il pour réagir avant de toucher le sol ?

Question I-19. En supposant que la chute libre dure exactement 50 s et qu'Albert réussit ouvrir son parachute à 800 m d'altitude sans encombre, exprimer puis calculer la hauteur de chute libre (c'est à dire la différence d'altitude entre le saut de l'avion à $t = 0$ et l'ouverture du parachute à $t = 50$ s).

Note : les calculs sont assez simples pour ne pas exiger l'emploi d'une calculatrice.

Question I-20. Dans ces conditions, quelle doit être l'altitude minimale H_0 de l'avion à $t = 0$ pour que la réglementation soit respectée ?

Question I-21. Comment s'exprime la distance horizontale parcourue par Albert pendant les 50 s de chute libre ?

Question I-22. Calculer finalement la "finesse moyenne" d'Albert en vol, c'est à dire le rapport entre la distance horizontale parcourue et la hauteur de chute correspondante pendant un temps donné (ici 50 s).

Note : le résultat numérique pourra être donné à 0,1 près.

Deuxième partie

Albert E. dans l'ambulance

Peut-être trop en confiance suite à ce nouveau saut très agréable, Albert E. s'est laissé distraire au moment de l'atterrissage, et il a trébuché. Son parachute l'a traîné sur quelques mètres, et sa tête a heurté le sol. Une légère perte de connaissance a conduit les secours de l'aérodrome à le faire évacuer en ambulance vers les urgences de l'hôpital voisin.

Le véhicule des pompiers a activé sa sirène et son gyrophare. La sirène est à double ton (elle émet deux notes successivement, le fameux "Pin-Pon"), mais nous ferons notre étude en supposant que l'onde sonore émise est une sinusoïde mono-fréquence. On néglige tout phénomène d'absorption de l'onde sonore, et la référence de phase est choisie telle que le signal sonore émis en sortie de la sirène s'écrit : $s(t) = S_0 \cos(\omega_0 t)$, où S_0 est l'amplitude du signal émis et ω_0 sa pulsation.

Pour mémoire :

– le lien entre la période T , la fréquence f et la pulsation ω d'un signal sinusoïdal est :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T},$$

– une onde sonore dans l'air se propage approximativement avec une célérité $c = 340$ m/s.

Une passante, Jessica R., est immobile à un coin de rue et voit l'ambulance arriver dans sa direction. Le véhicule roule à la vitesse $v = 35$ m/s (soit un peu plus de 120 km/h). À l'instant $t = 0$ (cette nouvelle référence des temps n'a aucun lien avec celle de la première partie), la distance entre le véhicule et Jessica est $D = 100$ m, et le signal émis par la sirène est à son extremum : $s(t = 0) = S_0$. La figure 2 précise les positions respectives de l'ambulance et de Jessica à $t = 0$.

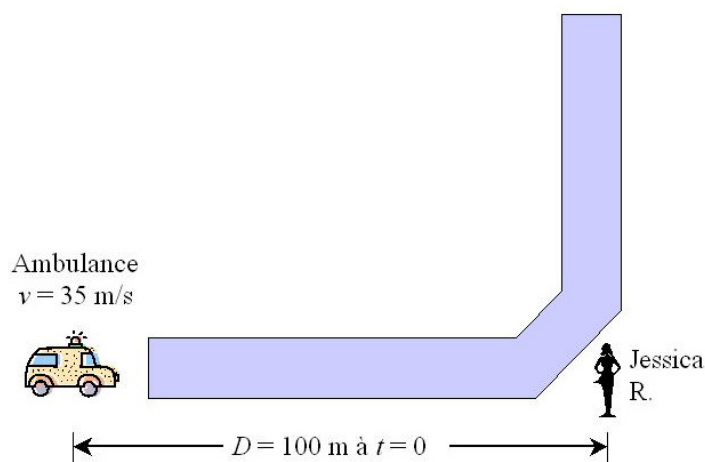


FIGURE 2 – Situation à l'instant $t = 0$

Question II-1. À quel instant (que nous noterons t_1) Jessica perçoit-elle le signal émis à $t = 0$ par la sirène ?

Note : exprimer t_1 de façon littérale uniquement.

Une période plus tard, donc à $t = T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$, le signal émis par la sirène est de nouveau identique à celui émis à $t = 0$, mais entretemps le véhicule s'est déplacé d'une distance d .

Question II-2. Exprimer la distance d en fonction des données du problème.

Question II-3. À quel instant, noté t_2 , Jessica perçoit-elle le signal émis à $t = T_0$ par la sirène ?
Note : exprimer t_2 de façon littérale uniquement.

Question II-4. Comment s'exprime alors la période du signal perçu par Jessica, que nous noterons T , en fonction de la période T_0 du signal émis par la sirène et des données du problème ?

Question II-5. Transformer la relation entre T et T_0 en une relation entre f , la fréquence perçue par Jessica, et f_0 , la fréquence émise par la sirène.

Question II-6. Application numérique : donner un ordre de grandeur de $\frac{f}{f_0}$; le son *perçu* est-il plus grave ou plus aigu que le son *émis* ?

Question II-7. Comment interpréter la situation limite (et non réaliste ici) pour laquelle le véhicule se déplace à la vitesse du son ?

Une fois que le véhicule a tourné au coin de la rue, nous nous retrouvons dans une situation analogue, mais cette fois l'ambulance s'éloigne de l'observateur.

Question II-8. Comment adapter l'étude précédente pour déterminer la nouvelle fréquence perçue par Jessica, que nous noterons $f' = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$.

Question II-9. Les résultats obtenus pour f et f' correspondent-ils à votre vécu ?

Généralisons désormais la situation à celle d'un observateur placé en O , et d'une source sonore repérée par le point M se déplaçant à la vitesse \vec{v} .

Question II-10. Dans le cas général, et notamment lorsque \vec{v} et \vec{OM} ne sont pas colinéaires, quelle information peut nous donner la mesure de la fréquence perçue f si l'on connaît la fréquence émise f_0 ?

Le gyrophare est lui aussi une source d'onde, mais lumineuse cette fois. On suppose que la lumière émise est strictement monochromatique, et qu'elle se propage dans l'air à la vitesse de $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Rappelons que la fréquence d'une onde lumineuse est reliée à sa longueur d'onde par $f = \frac{c}{\lambda}$.

Question II-11. Par un simple calcul d'ordre de grandeur, expliquer pourquoi la fréquence (et donc la couleur) de l'onde lumineuse perçue par Jessica n'est pas modifiée au passage de l'ambulance, contrairement à l'onde sonore émise par la sirène.

En astronomie, l'effet est observable même sur les ondes lumineuses. Il y a un décalage entre la fréquence perçue et la fréquence émise par un astre en mouvement relatif par rapport à l'observateur³ : un décalage vers les grandes longueurs d'onde (couleur plus "rouge") traduit un éloignement de la source, alors qu'un décalage vers les courtes longueurs d'onde (couleur plus "bleue") traduit un rapprochement de la source.

À titre d'exemple, et grâce à des mesures complémentaires, il est possible de connaître la composition chimique de l'étoile ET122 : celle-ci devrait émettre une onde lumineuse de longueur d'onde 589 nm.

Question II-12. En pointant son télescope vers l'étoile ET122, l'astronome Hubert R. observe un rayonnement de longueur d'onde 595 nm ; quelles conclusions peut-il en tirer ?

3. on parle alors d'effet DOPPLER-FIZEAU en référence au physicien français Hippolyte FIZEAU (1819-1896) qui travailla sur ce phénomène et publia les premiers résultats sur les ondes lumineuses en 1848.

Troisième partie

Albert E. aux urgences

Nous retrouvons Albert aux urgences de l'hôpital. Suite à son léger traumatisme crânien, le médecin urgentiste prescrit une écho-encéphalographie : c'est un examen qui permet de détecter rapidement et de manière non invasive la présence d'un hématome dans le cerveau. Le principe est simple : une sonde ultrasonore est plaquée contre le cuir chevelu sur un côté du crâne, et émet une impulsion *unique* dont on recueille les échos (les réflexions) renvoyés par les différentes interfaces. Le dispositif est schématisé sur la figure 3.

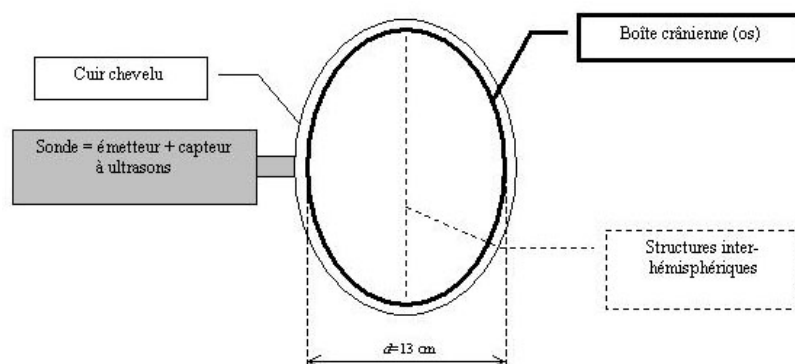


FIGURE 3 – Principe de l'écho-encéphalographie

Dans un souci de simplification, les réflexions multiples seront négligées dans un premier temps, et seules seront étudiées les réflexions sur les os des deux côtés de la boîte crânienne et sur les structures inter-hémisphériques.

La largeur d'une boîte crânienne "moyenne" est de l'ordre de $d = 13 \text{ cm}$ (voir figure 3). La première et la dernière réflexions sont mesurées respectivement $10 \mu\text{s}$ et $240 \mu\text{s}$ après l'émission.

Question III-1. Montrer, en justifiant clairement la démarche adoptée, que la célérité de l'onde ultrasonore dans le cerveau vaut un peu plus de 1000 m/s .

Question III-2. Comparer la valeur obtenue à celle de la célérité dans l'air : comment justifier la différence constatée ?

Question III-3. Evaluer l'épaisseur séparant le cuir chevelu de la boîte crânienne.

Un hématome dans un hémisphère cérébral augmente le volume de celui-ci au détriment de l'autre hémisphère : les structures inter-hémisphériques sont donc déformées. A l'examen d'Albert, les différents échos sont mesurés à des temps respectivement de 10 , 120 et $240 \mu\text{s}$ après l'émission.

Question III-4. Quel diagnostic l'urgentiste peut-il faire sur Albert ?

Question III-5. Albert va devoir être opéré : est-il possible, à partir des résultats de l'écho-encéphalographie, de déterminer de quel côté se trouve l'hématome et d'évaluer l'amplitude du déplacement des structures inter-hémisphériques (ce qui donne un ordre de grandeur de la taille de l'hématome) ?

Dans un second temps, on s'intéresse aux multiples aller-retours que l'onde ultra-sonore effectue à l'intérieur de la boîte crânienne, en négligeant l'effet dû aux structures inter-hémisphériques. La puissance ultra-sonore émise par la sonde est notée P_0 . Le coefficient de transmission (en puissance) à travers l'ensemble {cuir chevelu + boîte crânienne} est T , ce qui signifie par exemple que la

puissance qui pénètre dans la boîte crânienne après être sortie de la sonde vaut $T \cdot P_0$ (nous avons naturellement $0 < T < 1$). Ce coefficient est le même quel que soit le sens de transmission de l'onde ultra-sonore (de l'extérieur vers l'intérieur du crâne ou inversement).

Question III-6. Que devient la puissance ultra-sonore qui n'entre pas dans la boîte crânienne ?

Le coefficient de réflexion (en puissance) lors d'un "rebond" de l'onde sur une face interne de la boîte crânienne est R , ce qui signifie que si une onde ultra-sonore de puissance P arrive à une extrémité de la boîte crânienne, seule une partie de la puissance (égale à $R \cdot P$) est effectivement réfléchi, l'autre partie étant transmise à l'extérieur du crâne. Il est raisonnable, au moins en première approximation, de supposer que $T = 1 - R$, ce qui revient à négliger tout phénomène d'absorption. Après un aller-retour dans la boîte crânienne, nous avons donc une puissance ultra-sonore qui ressort vers la sonde, notée P_{S1} , et une puissance ultra-sonore notée P_{C1} qui repart dans la boîte crânienne pour un second aller-retour.

Question III-7. Comment s'expriment respectivement P_{S1} et P_{C1} , en fonction de P_0 et R ?

La situation se répète à chaque aller-retour, et nous pouvons donc établir deux *suites mathématiques* P_{S_n} et P_{C_n} , définies pour $n \geq 1$, telles que P_{S_n} représente la puissance ultra-sonore qui sort du crâne vers la sonde après n aller-retours, et P_{C_n} la puissance ultra-sonore qui repart pour un $(n + 1)^{\text{ième}}$ aller-retour.

Question III-8. Montrer par récurrence que les termes généraux de ces suites sont :

$$P_{S_n} = (1 - R)^2 \cdot R^{2n-1} \cdot P_0$$

$$\text{et } P_{C_n} = (1 - R) \cdot R^{2n} \cdot P_0.$$

Question III-9. De quel type de suites s'agit-il ?

Question III-10. Déterminer la limite de la puissance qui reste emprisonnée dans le cerveau :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (P_{C_n}).$$

Question III-11. Exprimer de même la limite de la puissance qui ressort du côté de la sonde lorsque $n \rightarrow +\infty$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (P_{S_n}).$$

La puissance *totale* qui ressort du côté de la sonde entre l'instant initial et le $n^{\text{ième}}$ aller-retour de l'impulsion est :

$$P_{tot_{S_n}} = R \cdot P_0 + \sum_{i=1}^n (P_{S_i}).$$

Note : le terme $R \cdot P_0$ correspond à la puissance qui est réfléchi sans jamais rentrer dans le crâne.

Question III-12. En remarquant que $P_{tot_{S_n}}$ est la somme des n premiers termes d'une suite géométrique, déterminer une expression de sa limite lorsque $n \rightarrow +\infty$.

Question III-13. Quelles sont les valeurs de cette limite pour $R \rightarrow 0^+$ et $R \rightarrow 1^-$?

Question III-14. Ces résultats sont-ils cohérents ?

Question III-15. Montrer que la fonction $R \mapsto \lim_{n \rightarrow +\infty} (P_{tot_{S_n}}(R))$ est strictement croissante sur l'intervalle $R \in]0; 1[$.

Question III-16. Si la puissance totale qui ressort du côté de la sonde est différente de la puissance initialement émise par la sonde, que devient la différence $\Delta P = P_0 - \lim_{n \rightarrow +\infty} (P_{tot_{S_n}})$?

Quatrième partie

La montre à quartz d'Albert E.

Nous retrouvons Albert quelques jours après son opération, qui a parfaitement réussi. Il est donc sorti de l'hôpital, mais sa montre a été cassée lors du choc. Il lui faut donc en racheter une, et son choix se porte vers une montre dite "à quartz". L'horloge interne qui pilote ce type de montre est basée sur un étalon de fréquence, réalisé à partir d'un mono-cristal de quartz, sur lequel sont déposées 2 électrodes métalliques qui permettent un contact électrique.

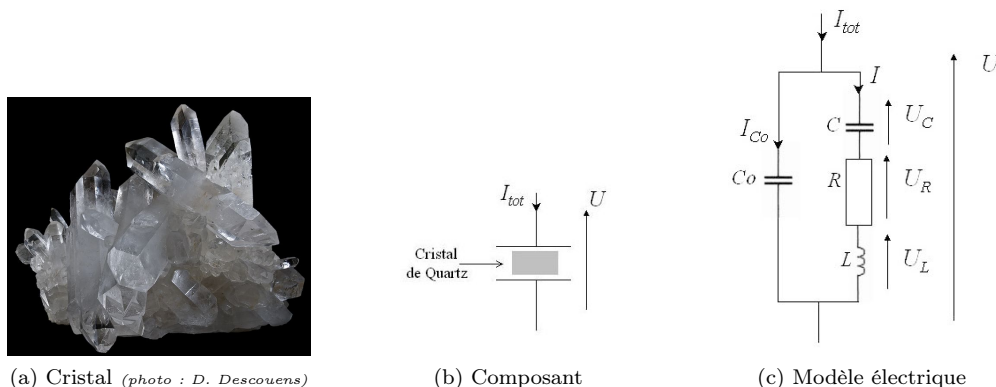


FIGURE 4 – Quartz d'horloger

Le comportement électrique du mono-cristal est bien caractérisé : il s'agit d'un oscillateur, qui peut être modélisé par un circuit $\{R-L-C\}$ série ; les électrodes déposées constituent une capacité supplémentaire, C_0 , qui vient se placer en parallèle sur le circuit oscillant. Le modèle électrique du quartz est donc finalement celui indiqué sur la figure 4c, et l'étude porte exclusivement sur la branche de droite : le circuit $\{R-L-C\}$ série.

On rappelle pour mémoire les équations différentielles qui régissent le comportement d'un condensateur et d'une bobine :

$$I(t) = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$
$$\text{et } U_L(t) = L \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Question IV–1. Exprimer simplement la tension globale $U(t)$ en fonction des tensions aux bornes des composants $U_R(t)$, $U_L(t)$ et $U_C(t)$.

Question IV–2. Dériver l'expression précédente par rapport au temps, afin d'établir l'équation différentielle qui lie $\frac{dU}{dt}$ au courant $I(t)$ et à ses dérivées temporelles, en fonction des valeurs de R , L et C .

Cette équation peut se mettre sous la forme normalisée suivante :

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \cdot \frac{dI}{dt} + \omega_0^2 \cdot I = A \cdot \frac{dU}{dt}, \quad (4)$$

où ξ (prononcer "xsi") est dénommé le *coefficient d'amortissement* et ω_0 la *pulsation propre* du système.

Question IV–3. Quelles sont les expressions des coefficients ξ , ω_0 et A en fonction de R , L et C ; préciser leurs dimensions respectives.

On s'intéresse en premier lieu à l'équation différentielle sans second membre ; le polynôme caractéristique est donc :

$$z^2 + 2\xi\omega_0 \cdot z + \omega_0^2 = 0 \quad (5)$$

Question IV-4. En supposant $0 < \xi < 1$, résoudre cette équation dans \mathbb{C} et donner l'expression des deux solutions z_1 et z_2 , en fonction de ξ et ω_0 .

Question IV-5. Quel est le lien particulier entre z_1 et z_2 ?

La solution générale de l'équation sans second membre s'exprime par :

$$I_{ssm}(t) = \alpha \exp(z_1 t) + \beta \exp(z_2 t), \text{ où } \{\alpha, \beta\} \in \mathbb{C}^2.$$

Question IV-6. À l'aide des expressions de z_1 et z_2 , montrer que cette solution est une fonction pseudo-périodique amortie (c'est à dire une fonction oscillante dont l'amplitude s'amortit avec le temps) de la forme $\exp(-t/\tau) \cdot (K_c \cdot \cos(\omega t) + K_s \cdot \sin(\omega t))$; préciser les expressions du temps typique d'amortissement τ et de la pseudo-pulsation ω .

Pour simplifier la représentation graphique, et même si la réalité est bien différente, on considère un temps typique d'amortissement τ cinq fois supérieur à la pseudo-période $T = \frac{2\pi}{\omega}$; on suppose également que $K_s = 0$.

Question IV-7. Tracer sommairement l'évolution de $I_{ssm}(t)$, la solution de l'équation sans second membre, sur une durée allant de $t = 0$ à $t = 5\tau$.

L'étude précédente montre que la solution sans second membre « disparaît » au bout d'un certain temps (quelques τ). Pour un quartz en utilisation normale, seule la réponse particulière due au second membre est à prendre en compte. On cherche donc à déterminer une solution particulière de l'équation (4). Pour cela, on se place dans le cas simplifié pour lequel :

- les pertes sont négligées, ce qui se traduit par $R = 0$ dans l'équation.
- la tension globale appliquée est sinusoïdale : $U(t) = U_0 \cdot \sin(\Omega t)$, avec $U_0 > 0$.

Question IV-8. Adapter l'équation différentielle (4) en tenant compte des simplifications proposées.

Question IV-9. Montrer qu'une solution particulière de la forme $I_{part}(t) = I_0 \cdot \cos(\Omega t)$ convient, en précisant l'expression de I_0 en fonction de Ω , ω_0 , U_0 et éventuellement des valeurs de L et C .

Les questions précédentes permettent de définir une amplitude du courant, $|I_0|$, comme étant une fonction de la pulsation d'excitation, Ω , et plus précisément :

$$I_0(\Omega) = K \cdot \frac{\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2},$$

où K est une constante.

Question IV-10. Quelle est la limite de $|I_0|$ lorsque $\Omega \rightarrow 0$?

Question IV-11. Même question lorsque $\Omega \rightarrow +\infty$.

Question IV-12. Pour quelle valeur de Ω , appelée *pulsation de résonance*, la fonction $|I_0(\Omega)|$ devient-elle « très grande » ?

Question IV-13. Tracer sommairement la fonction $|I_0(\Omega)|$.

Annexe – tracé utile

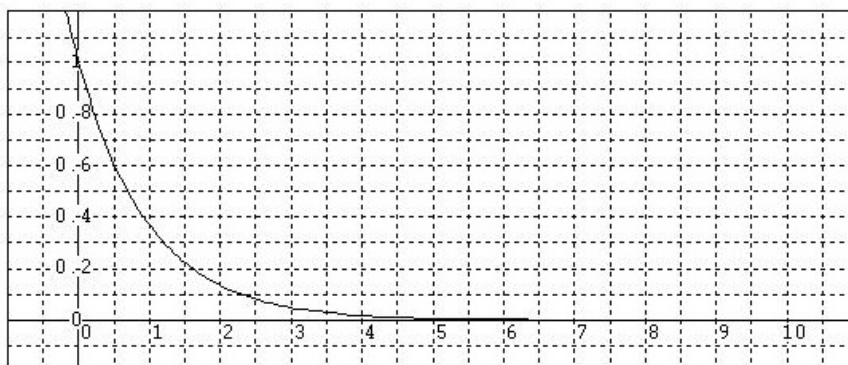


FIGURE 5 – Evolution de la fonction $x \mapsto \exp(-x)$