

## Banque Inter-ENS BCPST - SESSION 2014

### Épreuve écrite de mathématiques

ENS : CACHAN, LYON, PARIS ; ENPC

#### Coefficients :

CACHAN : 4 (pour un total de 65)

LYON : 4 (pour un total de 60,5)

PARIS : 16 (pour un total de 142)

ENPC : 16 (pour un total de 80)

Membre du jury : Grégoire NADIN

Ce sujet portait sur l'étude d'une équation pour une population structurée en âge, de type Mc Kendrick. L'équation aux dérivées partielles en elle-même n'était pas directement étudiée, et le sujet reposait plutôt sur l'étude de solutions particulières et la reformulation de l'équation en un problème intégral, soluble par la transformation de Laplace.

L'étude de cette dernière constituait la première partie du sujet, largement abordée par les candidats, et reposait sur la loi faible des grands nombres et du calcul intégral. La deuxième reposait sur du calcul différentiel simple et des résolutions d'équations différentielles ordinaires linéaires, la plupart des candidats ont abordé les questions 12), 13) et 14). La troisième partie faisait de nouveau appel à du calcul intégral et à des résolutions d'équations différentielles linéaires. Peu de candidats sont allés au-delà de la question 27). Le sujet faisait donc appel à la fois à des notions centrales dans le programme (loi faible des grands nombres, résolutions d'EDO) et à des parties plus périphériques (calcul différentiel, intégral).

Les notes s'étalent de 1,5 à 20, avec un écart-type de 3,86. La répartition des notes distingue deux groupes de candidats : le premier distribué selon une gaussienne centrée autour de la note 7, le deuxième selon une gaussienne centrée en 12. Le sujet a donc bien permis de classer les candidats.

La notation prenait avant tout en compte la rigueur des preuves pour les questions basiques et l'inventivité des candidats pour les questions plus difficiles.

A titre d'exemple, un candidat annonçant le résultat de la question 1) sans invoquer l'indépendance des variables et l'additivité de la loi de Poisson perdait les 3/4 des points. La manipulation des intégrales sur intervalle non-borné est à la limite du programme mais bon nombre de candidats s'en sont bien sortis. Par exemple, la question 5), qui ne demandait qu'une explication heuristique, pouvait se faire par comparaison d'intégrale de type  $1/x^2$  ou bien par comparaison avec les moments de la loi exponentielle.

Les questions 7), 8) et 10), plus calculatoires, ont été l'objet de nombreuses fautes grossières dans les manipulations de valeurs absolues et d'inégalités. Le constat avait déjà été fait lors des années précédentes : les candidats sont très rétifs aux calculs, ce qui est regrettable car il faut parfois en passer par là. Les candidats ayant bien traité ces questions en ont en conséquence été récompensés.

La question 11), de même que les questions 16), 24), 33) ou 34), était trop abstraite et a été sautée par l'immense majorité des candidats. Ces questions n'ont néanmoins pas perturbé la notation puisqu'elles ne comptaient que pour peu de points et qu'il n'y avait pas lieu pour les candidats les traitant d'y passer un temps significatif.

Comme d'habitude, la question 12) relative à la modélisation a été très mal traitée, sauf dans environ un dixième des copies. La plupart des candidats se contentent de reformuler les différents taux ou densité en jeu, mais sans les mettre en lien avec l'équation. Il s'agissait ici en particulier d'expliquer pourquoi la densité à l'âge  $a=0$  faisait intervenir l'intégrale des densités fois le taux de fécondité, ce qui donne tout son sens à ce taux. Il semble donc que les candidats ne voient pas encore le lien entre les questions biologiques, les modèles utilisés pour les aborder et les outils mathématiques étudiés.

Les questions 13) et 14) reposaient sur une dérivation simple de fonction à plusieurs variables. Elle a été l'objet de nombreuses tentatives d'escroquerie de la part de candidats qui se trompaient dans la dérivation mais retrouvaient malgré tout le bon résultat ! Peu de candidats ayant le bon résultat à la question 14), encore moins pouvaient espérer résoudre la 15), mais malgré tout si le découpage de l'intégrale aboutissant à 15) était bien fait la moitié des points étaient accordés.

Les questions 17), 18) et 19) ont été bien traitées dans la grande majorité des copies. La première partie de la question 20) faisait appel à une compréhension plus fine de la continuité et n'a été traitée que par une poignée de candidats. Les comparaisons d'intégrale des questions 20) et 21) ont par contre permis de bien évaluer la rigueur des candidats.

La question 25) était apparemment équivoque : la plupart des candidats ont cru que la fonction rho était toujours la solution particulière définie par l'équation (3).

La plupart des candidats ne sont pas allés au-delà de la question 26). Le petit cinquième qui a poursuivi a pu récolter quelques points sur la quatrième partie, dont bien des questions restaient largement abordables.