

SÉLECTION INTERNATIONALE

Session 2007

ÉPREUVE DE COMMENTAIRE DE DOCUMENT

Commentez le texte suivant :

« On a appelé “théorie unitaire” une théorie hypothétique qui arriverait à “unifier” et à concilier [une] multitude de théories partielles [...]. J'ai le sentiment que la réflexion fondamentale qui attend d'être entreprise aura à se placer sur deux niveaux différents :

1). Une réflexion de nature “philosophique”, sur la notion même de “modèle mathématique” pour une portion de la réalité. Depuis les succès de la théorie newtonienne, c'est devenu un axiome tacite du physicien qu'il existe un modèle mathématique (voire même, un modèle unique, ou “le” modèle) pour exprimer la réalité physique de façon parfaite, sans “décollement” ni bavure. Ce consensus, qui fait loi depuis plus de deux siècles, est comme une sorte de vestige fossile de la vivante vision d'un Pythagore que “Tout est nombre”. Peut-être est-ce là le nouveau “cercle invisible”, qui a remplacé les anciens cercles métaphysiques pour limiter l'Univers du physicien (alors que la race des “philosophes de la nature” semble définitivement éteinte, supplantée haut la main par celle des ordinateurs...). [...] Ce serait le moment ou jamais de soumettre cet axiome à une critique serrée, et peut-être même, de “démontrer”, au-delà de tout doute possible, qu'il n'est pas fondé : qu'il n'existe pas de modèle mathématique rigoureux unique, rendant compte de l'ensemble des phénomènes dits “physiques” répertoriés jusqu'à présent.

[...]

2). C'est après une telle réflexion seulement, il me semble, que la question “technique” de dégager un modèle explicite, plus satisfaisant que ses devanciers, prend tout son sens. Ce serait le moment alors, peut-être, de se dégager d'un deuxième axiome tacite du physicien, remontant à l'antiquité, lui, et profondément ancré dans notre mode de perception même de l'espace : c'est celui de la nature continue de l'espace et du temps (ou de l'espace-temps), du “lieu” donc où se déroulent les “phénomènes physiques”.

Il doit y avoir déjà quinze ou vingt ans, en feuilletant le modeste volume constituant l'oeuvre complète de Riemann, j'avais été frappé par une remarque de lui “en passant”. Il y fait observer qu'il se pourrait bien que la structure ultime de l'espace soit “discrète”, et que les représentations “continues” que nous nous en faisons constituent peut-être une simplification (excessive peut-être, à

la longue...) d'une réalité plus complexe ; que pour l'esprit humain, "le continu" était plus aisé à saisir que "le discontinu", et qu'il nous sert, par suite, comme une "approximation" pour appréhender le discontinu [...]. [A]u sens strictement logique, c'est plutôt le discontinu qui, traditionnellement, a servi comme mode d'approche technique vers le continu.

[...] Toujours est-il que de trouver un modèle "satisfaisant" (ou, au besoin, un ensemble de tels modèles, se "raccordant" de façon aussi satisfaisante que possible...), que celui-ci soit "continu", "discret" ou de nature "mixte" — un tel travail mettra en jeu sûrement une grande imagination conceptuelle, et un art consommé pour appréhender et mettre à jour des structures mathématiques de type nouveau. Ce genre d'imagination ou de "flair" me semble chose rare, non seulement parmi les physiciens (où Einstein et Schrödinger semblent avoir été parmi les rares exceptions), mais même parmi les mathématiciens (et là je parle en pleine connaissance de cause).

Pour résumer, je prévois que le renouvellement attendu (s'il doit encore venir...) viendra plutôt d'un mathématicien dans l'âme ; bien informé des grands problèmes de la physique, que d'un physicien. Mais surtout, il y faudra un homme ayant "l'ouverture philosophique" pour saisir le noeud du problème. Celui-ci n'est nullement de nature technique, mais bien un problème fondamental de "philosophie de la nature" ».

Alexandre GROTHENDIECK, *Récoltes et semailles*. Chapitre 2. *Promenade à travers une œuvre ou l'Enfant et la Mère*. § 2.20. *Coup d'œil chez les voisins d'en face*, p. 80 (transcription d'Yves Pocchiola).

Alexandre GROTHENDIECK est né le 28 Mars 1928 à Berlin. En 1966, il obtient la médaille *Fields* (équivalent du Prix Nobel en mathématiques), mais il refuse de se rendre à Moscou pour la recevoir. Il marque ainsi un signe de solidarité avec les écrivains Daniel et Siniavski, notamment contre le traitement que leur réservent le régime Soviétique.

De 1959 à 1971, il occupe un poste de professeur au prestigieux *Institut des Hautes Études Scientifiques* (IHES) de Bures-sur-Yvette.

En Avril 1988, l'*Académie Royale des Sciences de Suède* lui décerne le *Prix Crafoord*, avec l'un de ses anciens élèves, le belge Pierre Deligne. Mais dans une lettre, publiée par le journal « Le Monde » du 4 Mai de la même année, il annonce qu'il refuse ce prix, ainsi que les 270 001 dollars qui lui sont associés. En Octobre 1988, il part à la retraite.

Alexandre Grothendieck est considéré comme l'un des plus grands génies des mathématiques de tous les temps.

En juin 1983, Alexandre Grothendieck écrit les premiers paragraphes de *Récoltes et semailles. Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien*. Il s'agit là d'une méditation portant sur les mathématiques et sur sa vie qui va durer plus de trois ans et qui couvrira plus de mille cinq cents pages dactylographiées.

SÉLECTION INTERNATIONALE

Session 2007

TEXTUAL COMMENTARY

Comment the following text :

The hypothetical theory that would ‘unify’ and reconcile a multitude of partial theories has been called a ‘unitary theory’. I have the feeling that the kind of fundamental thinking that needs to be undertaken will have to take two different forms:

1. A kind of ‘philosophical’ reflection on the very ‘mathematical model’ for a part of reality. Ever since the success of Newtonian theory, it has been a tacit axiom of the physicist’s that there must be a mathematical model (perhaps even a unique model or ‘the’ model) to express reality in a perfect manner, without any ‘detachment’ or blurring. This consensus, which has lasted for two centuries, is a kind of fossil-like remains of Pythagoras’ living vision of a world in which ‘Everything is a number’. Perhaps this is the new ‘invisible circle’, which has replaced the ancient metaphysical circles, and limits the World of the physicist (now that the race of ‘natural philosophers’ seems to be definitely dead, overtaken high-handedly by the computer...) [...] Now is the best possible moment to submit this axiom to a concentrated critique, and perhaps even to ‘demonstrate’, beyond all possible doubt, that it has no foundation: that there is no unique and rigorous mathematical model under which all phenomena so far identified as ‘physical’ can be made to fall.

[...]

2. It is only after such a process of reflection that, it seems to me, the ‘technical’ question of finding an explicit model, more satisfying than its predecessors, begins to have real meaning. Perhaps then would be the moment to enfranchise ourselves from a second tacit axiom of the physicist, this time going right back to the ancients, and deeply anchored in our perception of space: that is the continuity of time and space (or the space-time continuum), the ‘place’, then, where ‘physical phenomena’ occur.

It must be fifteen or twenty years ago when, flicking through the modest volume that holds Riemann’s complete works, I was struck by a passing comment that he makes. He remarks that it could well be that the ultimate structure of space is ‘discrete’, and that the ‘continuous’ representations that we observe are perhaps simplified (excessively so, perhaps, in the long run...) versions of a more complex reality; that for the human mind, ‘continuity’ is easier to grasp than

‘discontinuity’ [...]. In a strictly logical sense, it has traditionally been the discontinuous that has served as a technical method for approaching the continuous.

It nevertheless remains true that the finding of a ‘satisfactory’ model (or, if need be, several such models, which would ‘connect’ in as satisfactory a manner as possible...) – whether this model was ‘continuous’, ‘discrete’ or of a ‘mixed’ nature – would require a great conceptual imagination, and a consummate art for apprehending and updating mathematical structures of a new type. This kind of imagination or ‘flair’ is rare indeed, not only amongst physicists (Einstein and Schrödinger seem to be notable exceptions), but even amongst mathematicians (and there I am speaking in full knowledge of the facts).

To sum up, I predict that the long-awaited renewal (if it is still coming...) will come from a born mathematician well-informed about the big questions of physics rather than from a physicist. But above all, we will need a man with the kind of ‘philosophical openness’ necessary to take hold of the heart of the problem. This problem is by no means a technical one, but is rather a fundamental question of ‘natural philosophy’.

Alexandre GROTHENDIECK, *Harvests and Seeds*. Chapter 2. A Walk through my work or The Child and the Mother. 2.20 A glance over the road, p.80 (transcription by Yves Pocchiola)

Alexandre GROTHENDIECK was born on 28 March 1928 in Berlin. In 1966, he was awarded the Fields medal (the equivalent to the Nobel Prize for Mathematics) but refused to go to Moscow to receive it. By his refusal he made a gesture of solidarity with the writers Daniel and Siniavski, notably against the treatment they received from the Soviet Union.

From 1959 to 1971, he was a professor at the prestigious Institute of Higher Education in Sciences at Bures-sur-Yvette.

In April 1988, the Royal Academy of Sciences of Sweden awarded him the Crafoord Prize, together with one of his former pupils, the Belgian Pierre Deligne. But in a letter published by the newspaper *Le Monde* of 4 May of the same year, he announced that he was turning down this prize, along with the 270,000 dollars of prize money. In October 1988, he retired.

Alexandre Grothendieck is considered to be one of the greatest mathematical geniuses of all time.

In June 1983, Alexandre Grothendieck wrote the first paragraphs of *Harvests and Seeds, Thoughts and Testimony of a Mathematician’s past*. The book is a meditation on mathematics and on his life. He spent three years writing it and it covered one thousand five hundred handwritten pages.