

Rapport sur l'épreuve orale de mathématiques

Concours PSI - Session 2025

Rappelons tout d'abord la méthode d'interrogation : les candidats sont reçus dans la salle de préparation, 3 par 3 pour la première série, puis 5 par 5 dans les deux dernières séries. Ils préparent ensuite pendant 30 minutes un sujet qui leur a été distribué. Chacun des sujets est donné trois fois d'affilée de sorte que selon la semaine, chaque sujet est abordé 9 ou 15 fois, ce qui permet aux examinateurs, à chaque fin de demi-journée, de comparer les prestations et d'harmoniser leurs notes, tout en évitant d'éventuelles tricheries puisque des candidats ayant le même sujet ne peuvent pas se croiser pour se transmettre des indications. L'intérêt principal de cette méthode est de gommer autant que faire se peut, d'éventuelles disparités de difficulté entre les exercices. Signalons à ce propos qu'un candidat ayant terminé entièrement un exercice considéré comme facile, n'aura pas nécessairement une meilleure note qu'un autre n'ayant abordé que quelques questions d'un exercice plus ardu. En particulier les candidats jouant la montre pour n'aborder que les premières questions résolues pendant la préparation, sont sévèrement sanctionnés.

Dans la conception des sujets, les membres du jury privilégient les questions nécessitant une réflexion au détriment des exercices classiques de manipulations de formules ou de techniques du cours. Grossièrement les prestations de qualité obtenant une note supérieure ou égale à 15, sont celles où les candidats montrent une aptitude à analyser la question puis à mettre en œuvre leur dextérité technique pour la résoudre, étant entendu que chaque question pour être résolue ne demande qu'une analyse rapide et l'application d'une technique élémentaire du programme. Les prestations moyennes entre 9 et 14, correspondent à des candidats rapidement bloqués face à une question non classique mais étant capables d'appliquer leur cours quand l'analyse de la question est donnée par l'examineur. Les notes inférieures concernent des candidats peu à l'aise avec leur cours ou, rarement comme le reconnaît avec plaisir le jury, une méconnaissance profonde du programme.

Le jury constate avec plaisir que d'une part le programme est très largement maîtrisé par les candidats et que d'autre part ils font généralement montre d'une habileté remarquable dans les calculs. Afin de parvenir à une moyenne autour de 11 avec un écart type proche de 3.5, l'appréciation de la prestation d'un candidat repose ainsi surtout sur son aptitude à appliquer ses connaissances à bon escient et à sa réactivité face aux indications données.

- Par exemple un exercice demandait de prouver l'existence d'un point fixe pour une fonction f k -lipschitzienne lorsque $k < 1$: l'idée était de considérer une suite $x_{n+1} = f(x_n)$ et d'écrire $f^n(x_0) = f(x_0) + \sum_{k=0}^{n-1} (f(x_{k+1}) - f(x_k))$ afin de pouvoir utiliser son cours sur les séries.
- Les exercices reposant sur des dénombrements posent des difficultés aux candidats les plus faibles. On a ainsi proposé de regarder les pavages d'un rectangle de largeur 2 et longueur n par des rectangles de taille 1×2 que l'on pouvait poser soit horizontalement soit verticalement de manière aléatoire. Il s'agissait alors de regarder l'espérance du nombre de rectangles en position verticale et d'en trouver un équivalent. Les difficultés sont alors apparues dès le début de l'exercice quand il a fallu simplement compter le nombre de tels pavages.
- L'habileté dans les majorations permet souvent de distinguer les bons candidats, notamment celles et ceux qui sont capables de les illustrer avec des dessins, en particulier lorsque ces inégalités sont en lien avec de la convexité.

- Certaines questions simples ont pu se révéler déstabilisantes, comme par exemple quand une question, au milieu d'un exercice traitant des variables aléatoires k divisibles, a demandé de montrer qu'une variable de Bernoulli ne l'était pas.
- Certains exercices demandent de donner des exemples ou contre exemples. En analyse les candidats doivent avoir en tête des fonctions simples comme e^{-1/x^2} , $x^2 \sin(1/x)$...et en algèbre linéaire des matrices nilpotentes, triangulaires, de rotation... Par exemple en fin d'un exercice introduisant la notion de fonction à variations bornées, était demandé de trouver un exemple de deux fonctions f et g à variations bornées avec f monotone et $f \circ g$ qui n'est pas à variations bornées
- La maîtrise du calcul différentiel bien qu'imparfaite pose moins de problème depuis quelques années. Les candidats sont, plus ou moins précisément, capables de donner une définition correcte de la notion de différentielle et de l'appliquer dans le cadre d'une fonction à valeur réelle avec la notion de gradient.
- Concernant l'intégration, pour l'essentiel les exercices portent en premier lieu sur leurs capacités à invoquer les théorèmes du cours, essentiellement la convergence dominée, pour justifier leurs calculs d'interversion limite/intégrale, continuité et dérivabilité d'une fonction définie par une intégrale. Cette partie du programme est pour l'essentiel bien maîtrisée mais, en contre partie, les candidats ont les plus grandes difficultés à analyser les diverses raisons qui peuvent rendre une intégrale impropre convergente et donc à majorer efficacement.

Le jury est globalement satisfait du comportement combatif des candidats et de leur bonne maîtrise technique. Pour une grande majorité, ils parviennent à utiliser efficacement leur temps de préparation en abordant les questions faciles, en se familiarisant avec celles plus difficiles quitte à ne traiter qu'un cas simple, à faire un raisonnement en petite dimension, à prouver une récurrence pour des petits crans. La majeure partie de la note finale du candidat reposera sur sa capacité à interagir aux indications et aux suggestions de l'interrogateur. Cela lui sera d'autant aisé s'il a préalablement bien assimilé le sujet, même s'il peut redouter, à l'issue de sa préparation de ne pas avoir abordé beaucoup de questions.

Le jury note cette année la disparition des candidats admissibles ne maîtrisant pas une partie de leur cours ainsi qu'un nombre significatif d'excellentes prestations. Ainsi un candidat connaissant son cours quand l'interrogateur le lui demande mais n'étant pas capable de mobiliser ses connaissances et n'apportant que peu de réponses aux indications, se retrouvera avec une note entre 5 et 8.