

## Epreuves écrite de Mathématiques, filière PC (XEULC)

### Commentaires généraux

Le problème portait sur l'étude d'une inégalité polynomiale sur  $K$  une partie fermée, bornée et infinie de  $\mathbb{C}$ . La première partie s'y intéressait de manière générale. La seconde partie introduisait, étudiait et proposait le calcul de la mesure de Mahler d'un polynôme. La troisième partie déterminait la valeur de la constante optimale pour l'inégalité polynomiale introduite dans la première partie dans le cas où  $K$  est pris égal au disque unité fermé de  $\mathbb{C}$ . La quatrième partie déterminait cette valeur dans le cas où  $K$  est pris égal à un segment de  $\mathbb{R}$ .

La progression de **difficulté** était assez rapide au sein des différentes parties. La première partie était plus simple que les deux suivantes. La quatrième et dernière partie était plus longue et plus **difficile** que les trois premières.

Rappelons que le candidat a grand intérêt à lire le sujet intégralement avant de commencer à le traiter et à faire preuve de perspicacité pendant cette lecture.

Il est regrettable qu'une partie non négligeable des candidats fasse preuve d'un manque de rigueur sur des questions élémentaires comme des calculs algébriques, la vérification des axiomes d'une norme, la manipulation des bornes supérieures ou des raisonnements par récurrence simples. Il est très regrettable que certains candidats pensent qu'une fonction continue et périodique est toujours d'intégrale nulle sur l'une de ses périodes ou qu'un polynôme est une application linéaire.

Les correcteurs ont apprécié les efforts faits par une grande partie des candidats dans leur rédaction. Il faut maintenir ceux-ci en continuant non seulement à énoncer entièrement les théorèmes mais en vérifiant aussi toutes leurs hypothèses. Il faut également être clair et précis dans sa rédaction et ne pas omettre de quantificateurs aux passages cruciaux des démonstrations.

Entre autres, il est important de bien mettre en évidence les points clés d'une démonstration (nom d'un théorème, hypothèse importante utilisée, etc), en les entourant par exemple. C'est plus important que d'entourer la solution elle-même (que le correcteur connaît, voire qui est donnée dans le sujet) et cela détermine pour le correcteur la compréhension ou non de la question par le candidat. Dans le même ordre d'idée, lorsque les candidats utilisent les résultats des questions précédentes, il faut absolument les mentionner proprement.

Concernant la présentation des copies, le nombre de copies très mal écrites, est heureusement en diminution. Il faut absolument que les candidats aient en mémoire que la copie est un endroit où l'on rend un résultat propre, abouti, réfléchi et rédigé. Ce n'est pas une feuille de brouillon ! Les candidats oublient parfois d'indiquer le numéro des questions auxquelles ils répondent. Nous avons encore tenu compte cette année de la présentation dans la notation.

Concernant la stratégie, c'est en faisant avec soin les questions un peu difficiles, celles qui demandent un peu de travail, de réflexion ou de calcul, que l'on gagne réellement des points, pas en survolant toutes les questions et en répondant à toutes celles qui sont faciles. On peut dire sans exagérer qu'environ 75% des candidats font le même lot de questions, avec plus ou moins de bonheur. Les candidats qui font vraiment la différence sont ceux qui font deux ou trois questions plus difficiles, plus longues, où il y a un raisonnement en 2 ou 3 étapes à faire. Par ailleurs, il est également stratégiquement intéressant de répondre correctement et avec soin, sans les bâcler, aux premières questions du sujet.

La qualité de la présentation et de la rédaction était notée sur 0,8 points. Passons maintenant au détail, question par question.

## I – Première partie

Cette première partie, si elle était entièrement et correctement traitée, pouvait rapporter 2,0 points.

**1.1** Aucune difficulté pour cette vérification élémentaire. Une grande majorité des candidats a répondu à cette question mais ils n'ont pas tous fourni une justification complète.

**1.2.** Question très simple mais qui a déjà été mal traitée par un nombre trop important de candidats qui ont généralement oublié de vérifier la positivité

ou de justifier la définition de la norme.

**1.3** Aucune difficulté pour ce calcul élémentaire. Heureusement la très grande majorité des candidats a répondu correctement à cette question. Il est regrettable de voir que quelques candidats ont essayé d'utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwartz.

**1.4** Première question plus complexe à laquelle une quantité importante de candidats n'a pas su répondre correctement.

**1.5.** Pour résoudre cette question, il suffisait d'utiliser correctement l'indication proposée dans l'énoncé. Cette question n'a été bien traitée que par une infime partie des candidats.

**1.6.** Là encore, il suffisait de suivre les indications de l'énoncé. Toutefois, la plupart des candidats n'y sont pas parvenu.

**1.7.** Très peu de candidats ont su utiliser les résultats des questions précédentes pour répondre à cette question.

## II – Deuxième partie

Cette deuxième partie, si elle était entièrement et correctement traitée, pouvait rapporter 2,9 points.

**2.8.** Il n'y avait que peu de difficulté à faire la vérification demandée par l'énoncé. Toutefois très peu de candidats y sont parvenus.

**2.9.** Question simple à laquelle il fallait fournir une réponse précise : il ne suffisait pas de donner l'idée générale mais il fallait justifier complètement le raisonnement.

**2.10** Cette question n'était pas particulièrement difficile et a été bien traitée par une bonne partie des candidats.

**2.11.** Il suffisait essentiellement de vérifier que les conditions d'application du théorème 2 de l'énoncé étaient bien remplies, ce qui a été fait par une partie non négligeable des candidats.

**2.12.** Comme beaucoup de candidats l'ont remarqué, le théorème 1 proposé par l'énoncé pouvait être utile pour répondre à cette question. Le calcul de la dérivée partielle a été problématique pour beaucoup de candidats. Il fallait également étudier proprement la limite de la dérivée. Ce point, par contre, a généralement été beaucoup moins bien justifié.

**2.13.** Cette question n'a été résolue que par une poignée de candidats. Il suffisait de dériver la fonction  $F$  introduite dans l'énoncé puis de faire un développement en série entière de cette dérivée.

**2.14.** Une petite fraction des candidats a réussi à prouver les résultats demandés. La justification de l'interversion entre série et intégrale n'a pas toujours été justifiée convenablement.

**2.15.** Une poignée de candidat a compris comment utiliser les indications de l'énoncé.

**2.16.** Le résultat se déduisait directement des questions précédentes, ce que trop peu de candidats ont vu.

### III – Troisième partie

Cette troisième partie, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 3,7 points.

**3.17.** Cette vérification relativement simple a posé des difficultés inattendues à certains des candidats.

**3.18.** Question plus difficile mais qui a été traitée convenablement par une petite fraction des candidats. Certains n'ont montré qu'une inégalité à la place de l'égalité. Très peu de candidate ont essayé d'expliquer leur raisonnement avec un dessin.

**3.19.** Une partie non négligeable des candidats a compris comment obtenir cette inégalité.

**3.20.** Cette inégalité est une application directe des questions précédentes.

**3.21.** Peu de candidats ont résolu cette question alors qu'il suffisait, par exemple, de comparer les coefficients dominants et les racines des deux polynômes.

**3.22.** Question relativement technique qui n'a été convenablement traitée que par une poignée de candidats.

**3.23.** Seule une infime partie des candidats a su répondre à cette question.

**3.24.** L'idée du développement a été trouvée par une petite fraction des candidats mais seule une infime portion l'a justifiée complètement.

**3.25.** Bien qu'élémentaire à trouver, la valeur de l'arrondi et sa justification n'a été proposée que par une très petite partie des candidats.

**3.26.** Une infime portion des candidats a abordé cette question.

## IV – Quatrième partie

Cette quatrième partie, si elle était entièrement traitée, pouvait rapporter 10,6 points.

**4.27.** Seule une poignée de candidat a prouvé les résultats de cette question en introduisant une transformation appropriée.

**4.28.** Question assez facile qui a posé des difficultés inattendues à un très grand nombre de candidats.

**4.29.** Une vérification élémentaire permettait d'obtenir le résultat demandé. Toutefois, la majorité des candidats n'a pas proposé de solution satisfaisante.

**4.30.** Question difficile pour les candidats et résolue convenablement par seulement une faible minorité d'entre eux.

**4.31.** Une faible portion des candidats a su répondre correctement à cette question.

**4.32.** Très peu de candidats ont proposé une solution correcte à cette question.

**4.33.** Seuls quelques candidats ont abordé cette question et encore moins l'ont résolu avec justesse.

**4.34.** L'indication proposée par l'énoncé était d'une grande aide dans la résolution de la question. Néanmoins, un nombre infime de candidats est parvenu à mener les calculs à leur terme.

**4.35.** Une poignée de candidats a répondu convenablement à cette question.

**4.36.** Question qui a été d'une difficulté extrême pour les candidats. Seule une poignée d'entre eux, malgré l'indication fournie dans l'énoncé, en a proposé une preuve correcte.

**4.37.** Une faible portion des candidats a trouvé une solution correcte à cette question.

**4.38.** À nouveau l'indication proposée par l'énoncé était d'une grande aide dans la résolution de la question. Néanmoins, un nombre infime de candidats est parvenu à mener les calculs à leur terme.

**4.39.** Encore une fois, l'indication proposée par l'énoncé était d'une grande aide dans la résolution de la question. Néanmoins, un nombre infime de candidats est parvenu à mener les calculs à leur terme.

**4.40.** Une infime portion de candidats a abordé cette question.

**4.41.** Cette équation différentielle n'a été obtenue que par quelques candidats.

**4.42.** Cette question très facile n'a été traitée que par trop peu de candidats malgré le fait qu'il s'agissait d'une dérivation simple.

**4.43.** Cette question, à peine plus difficile que la précédente, n'a été abordée et résolue que par une infime portion des candidats.

**4.44.** La formule donnant  $C_{n,m}$  n'a été obtenue que par une portion très infime des candidats.

La moyenne des 1050 candidats français est de 9,06 avec un écart-type de 3,62

La moyenne des 61 candidats étrangers est de 8,48 avec un écart-type de 2,90