

Epreuve écrite de Physique B, Filière PC (XEULS)

Étude de l'Hélium superfluide métastable

Le sujet de cette épreuve offrait aux candidats un panorama des remarquables propriétés de l'Hélium 4 superfluide à basse température, tout en couvrant un très large spectre du programme des classes préparatoires, de la thermodynamique à la propagation des ondes électromagnétiques, en passant par des aspects de mécanique des fluides et d'interférences-diffraction.

Composé de trois parties largement indépendantes (comme explicitement précisé dans l'énoncé) comprenant au total une trentaine de questions, la grande majorité des candidats a abordé les deux tiers du sujet avec des fortunes diverses, quand la poignée habituelle des tous meilleurs réussissait à le traiter presque dans son intégralité très correctement, comme le montre la répartition suivante des notes sur les 1404 copies, avec une moyenne globale de 9,53 et un écart-type de 3,54.

Pour les candidats français la moyenne est 9,61 avec un écart-type de 3,56 – pour les candidats internationaux la moyenne est 8,11 avec un écart-type de 2,94.

$0 < \text{Nb. de notes} \leq 4$: 56 (4%)
$4 < \text{Nb. de notes} \leq 8$: 452 (32%)
$8 < \text{Nb. de notes} \leq 12$: 552 (39%)
$12 < \text{Nb. de notes} \leq 16$: 277 (20%)
$16 < \text{Nb. de notes} \leq 20$: 67 (5%)

De notre point de vue, ce très intéressant problème de physique ne comportait pas de difficultés techniques ou calculatoires insurmontables, mais requérait des préparateurs qu'ils mobilisent des notions provenant de nombreux chapitres du programme, en montrant qu'ils les avaient suffisamment assimilées pour les appliquer dans des situations qui — parfois — n'étaient pas qu'une transposition immédiate du cours. On peut ainsi considérer que la philosophie du sujet était de montrer qu'un « véritable » physicien se devait d'essayer d'appréhender par plusieurs approches complémentaires (et la plupart du temps élémentaires) un phénomène physique a priori surprenant.

Malgré un barème particulièrement généreux, force est de constater que seul le quart des préparateurs — peu ou prou ceux et celles ayant eu une note au moins égale à 12 — a été capable de fournir (au moins en partie) cet effort conceptuel et de synthèse.

Ce sujet s'est donc révélé particulièrement discriminant, en mettant en évidence les nombreuses lacunes accumulées par malheureusement beaucoup trop de candidats, même sur des points qui n'auraient dû poser aucun problème, et qui les ont fait peu à peu perdre pied au fur et à mesure qu'ils avançaient dans l'énoncé.

Avant de rentrer dans le détail des commentaires question par question, mentionnons quelques faits saillants que nous avons relevés, parfois à notre effarement :

- Dès la deuxième question (Q2), un bon tiers des candidats ne s'est pas souvenu que le diagramme de phase (p,T) pour l'eau n'est pas typique de celui d'un corps pur à l'équilibre, mais constitue plutôt l'exception à la règle, avec sa pente négative le long de la ligne de transition solide/liquide.

- Même dans les meilleures copies, les caractéristiques d'un écoulement dit « parfait » ne sont pas toutes correctement énoncées, et il règne dans les réponses à cette Q3 une très grande confusion entre cette notion — qui a essentiellement trait au caractère non dissipatif d'un écoulement— et les propriétés d'incompressibilité ou le statut irrotationnel d'un fluide.
- La loi de Boltzmann (Q6) ne semble pas faire partie des connaissances spontanément restituables par une bonne moitié des candidats, pas plus que la définition microscopique de la pression (Q10), même pour un gaz parfait.
- Un calcul d'incertitudes est systématiquement facilité par l'emploi de la dérivée logarithmique : pour la Q14, trop peu de candidats semblent s'en rappeler, quand beaucoup le redécouvrent après deux pages de calculs algébriques pénibles quand corrects, c'est-à-dire rarement.
- Les relations géométriques élémentaires dans le triangle non rectangle, ou même la simple définition des lignes trigonométriques, posent toujours autant de difficultés aux candidats quant à leur mise en application concrète, par exemple en optique (Q16-17) pour les calculs de différences de marche.

La définition des produits scalaire et vectoriel et leur traduction géométrique dans un triangle ne paraît pas non plus être maîtrisée (Q21 par exemple).

- La majorité des candidats n'a pas été capable à la Q22 de prendre la racine carrée d'un nombre complexe, et ce même quand l'argument correspondant est petit.
- Alors que la notation complexe pour la résolution des équations de Maxwell est rencontrée et pratiquée pendant une bonne moitié de l'année de mathématiques spéciales, son emploi constant dans la partie III.2 du sujet a désarçonné une bonne partie des candidats.

Partie I. L'hélium liquide à basse température (quatre questions)

Cette partie préliminaire, courte, donnait un premier aperçu des propriétés remarquables de l'hélium 4, par différents raisonnements qualitatifs ou semi-quantitatifs, mais nécessitant d'invoquer plusieurs parties distinctes du programme : thermodynamique et changements d'états (Q1 et Q2), mécanique des fluides (Q3), et un soupçon de mécanique quantique (Q4).

Ces questions auraient dû permettre aux candidats d'appréhender progressivement et sous différents aspects la problématique du phénomène physique à traiter. Manifestement, cela n'a pas été le cas, et beaucoup de candidats ont dû passer trop de temps sur cette partie, pour un résultat comptable immédiat médiocre, et une compréhension ultérieure limitée.

Pour la Q3, rappelons qu'un fluide parfait est un fluide pour lequel les effets de viscosité et de conductivité thermique sont négligés. Un écoulement d'un tel fluide est décrit par l'équation d'Euler — la limite formelle $Re = +\infty$ de l'équation de Navier-Stokes — associée à des conditions limites appropriées. À noter que de très nombreux candidats n'hésitent pas à écrire, dans la même phrase, qu'une viscosité nulle correspond à un nombre de Reynolds très petit (!).

Signalons aussi et quand même que l'immense majorité des candidats qui avait établi la formule littérale demandée à la Q4 a au moins essayé d'effectuer l'application numérique correspondante : notre insistance sur ce point lors de nos précédents rapports semble pour une fois avoir porté ses fruits.

Partie II. États métastables de l'hélium liquide (huit questions, en deux sous-parties)

II.1 Métastabilité et cavitation (cinq questions)

Seule Q5 a été bien réussie dans cette partie : les candidats ont bien compris la notion de tension superficielle introduite (une notion aussi tout à fait classique il est vrai), et ont su mener les calculs — vraiment élémentaires — correspondants.

Comme déjà mentionné, à la Q6, moins de la moitié des candidats pensent à la statistique de Boltzmann pour décrire le taux de cavitation. Beaucoup trop se contentent d'une expression dimensionnellement correcte. De trop rares copies, généralement les meilleures, mentionnent la loi d'Arrhénius au moins comme analogie. Elles en ont été récompensées.

À la Q7, la discussion faite est souvent verbeuse, ou incomplète : simplement, il ne fallait pas oublier que non seulement la présence d'impuretés diminue la probabilité de cavitation, mais qu'encre, et toutes choses étant égales par ailleurs, cette probabilité est plus faible à très basse température à cause de la dépendance via le facteur de Boltzmann. La réponse attendue tenait donc en une phrase.

Concernant Q8, les candidats sont arrivés à une expression faisant intervenir une exponentielle par tous les moyens possibles, même les plus illicites (probabilité négative et/ou ne se sommant pas à 1). Rappelons que les correcteurs ne regardent pas seulement si la formule finale est correcte, mais scrutent aussi le raisonnement à partir du point de départ, ainsi que les étapes intermédiaires pour détecter les changements de signes subrepticement introduits « pour avoir le bon ».

La Q9, l'une des rares questions « à tiroirs » du sujet, nécessitait quelques lignes de calculs algébriques, se basant sur les résultats établis lors de toutes les questions précédentes, et il fallait conclure en interprétant de manière un peu subtile la formule finale trouvée. L'ensemble a été très rarement mené à bien correctement.

II.2 Pression négative (trois questions)

Comme déjà mentionné, à la Q10, trop peu de candidats connaissent précisément l'interprétation « cinétique » de la pression pour un gaz parfait, et beaucoup se contentent de dire que la pression donnée par $P=(n/V)RT$ est toujours positive d'après la formule...

Logiquement, peu de candidats ont vraiment compris la question suivante Q11, alors qu'il s'agissait de raisonner autour de l'équation de Van der Waals, complètement classique par ailleurs.

Quant à la Q12, traitée de façon décevante en général, il est vrai que l'application ici triviale de la loi fondamentale de l'hydrostatique remonte sinon à Pascal, du moins au programme de 1ère année.

Partie III. Étude expérimentale des états métastables de l'hélium (vingt questions, en deux grandes sous-parties)

III.1 Mesure de ρ par interférométrie (six questions)

Cette sous-partie, mal réussie dans son ensemble, proposait de mesurer par interférométrie la masse volumique de l'hélium, avec un dispositif qui est en fait historiquement l'ancêtre du Michelson. Évidemment, ce genre de connaissance n'était pas attendu des candidats, mais la présentation donnée dans l'énoncé aurait dû les inciter très fortement à reconnaître là aussi un dispositif interférométrique à division d'amplitude. Trop de candidats ont pourtant écrit comme réponse à la Q15 que l'interféromètre de Jamin était à division du front d'onde.

Q14 et Q16 ont déjà été commentées. Q17 et Q18 ont été encore moins bien traitées. Il est regrettable qu'à la Q17, aussi peu de candidats aient reconnu une configuration similaire au « Michelson en lame d'air », à la différence notable ici que la lame d'air est une lame de verre, avec un indice qui ne peut être assimilé à l'unité.

À la Q19, beaucoup de candidats se sont raccrochés à la formule mais en oubliant le préfacteur impliquant la longueur d'onde qui relie (ne serait-ce que dimensionnellement !) chemin optique et déphasage.

III.2 Mesure de la fréquence Brillouin (douze questions)

Dans cette dernière partie, il est manifeste que fatigue et manque de temps ont commencé à se faire ressentir chez les candidats : quasiment tous l'ont abordée, mais sans la sérénité nécessaire pour bien la réussir, alors qu'une bonne moitié des questions (Q22-Q27 en particulier) correspondait à des calculs de propagation d'ondes tout à fait standard.

Si beaucoup de candidats connaissent les formules relatives au waist et à la longueur de Rayleigh pour le mode TEM₀₀ d'un faisceau gaussien, c'est la comparaison des applications numériques avec les résultats issus de la Q13 et les commentaires correspondants qui présentaient le réel intérêt de cette Q20.

Le début de la Q21 était immédiat et a été très bien traité, par contre l'obtention de la relation (6) a posé énormément de difficultés aux candidats. Comme déjà mentionné en préambule, il suffisait pourtant de calculer la norme des vecteurs d'ondes intervenant dans ce choc élastique avec la simple définition du produit scalaire pour faire apparaître l'angle recherché.

Comme aussi déjà mentionné, il est absolument stupéfiant pour un concours de ce niveau qu'à la Q22 une bonne moitié des candidats soit incapable de calculer dans une situation simple la racine carrée d'un nombre complexe...

Concernant la Q23, malheureusement la majorité des candidats interprètent le signe négatif pour la pression induite en présence d'un champ électrique inhomogène en module comme correspondant à une dilatation du milieu, et non comme une contraction : il s'agit du phénomène d'électrostriction, ce que la dénomination de pression stricitive de l'énoncé suggérait déjà.

Pour la seconde partie de cette question, trop de candidats ont oublié la définition hydrostatique de la pression comme gradient d'une force volumique. Quelques-uns préfèrent redémontrer entièrement cette relation comme dans le cours.

Étant donné les innombrables emplois de la notation complexe qu'ont dû voir en électromagnétisme les candidats, en particulier pour traiter tous les problèmes de propagation d'énergie avec le vecteur de Poynting, une quantité bilinéaire dans les champs, les correcteurs s'attendaient à ce que la question Q24 et les suivantes (Q25-Q27) fussent bien mieux traitées. Que d'erreurs et de confusion.

Obtenir la relation (11) à la Q28 était peut-être la seule question un peu difficile du problème — notamment parce que la relation demandée n'était pas explicitée ! — et aussi parce qu'elle nécessitait de mener les calculs de façon économe avec les approximations demandées, tout en utilisant habilement la notation complexe. Beaucoup de candidats l'ont abordée, infiniment peu l'ont réussie.

Si la première partie de la Q29, élémentaire, a été convenablement traitée par les candidats l'ayant abordée, rarissimes ont été ceux qui ont compris qu'une intensité proportionnelle à $\exp(-z/z)$ correspond à une onde qui s'amplifie lorsque celle-ci se propage dans le sens de z décroissants.

Les dernières questions, Q30 à Q32, ont été très peu abordées, ou alors de façon insatisfaisante. Par exemple, à la Q30, les quelques candidats qui ont obtenu après application numérique l'ordre de grandeur correct de la puissance surfacique ne commentent même pas ce résultat comme demandé dans l'énoncé, alors que cela correspond tout de même à une intensité un milliard de fois supérieure à celle que nous dispense en moyenne le soleil !

Quant à la dernière question du sujet, Q32, qui synthétisait le sujet en proposant une détermination de l'équation d'état de l'hélium superfluide, les rares candidats qui sont arrivés jusque-là ne l'ont généralement pas réussie.