Sélection Internationale: Physique (matière secondaire)

Exercice 1: Gaz idéal

Nous considérons deux enceintes de volumes V_1 et V_2. La première contient du dioxyde de carbone, sous pression p_1. La deuxième contient des molécules d'oxygène, sous pression p_2.

1. Dans cet exercice, les gaz seront considérés comme gaz idéals. Expliquez ce propos.

2. Nous considérons que le système total se trouve à la température $t = 0^o$ C. Nous connectons les deux enceintes par un tube mince. A l'équilibre, toujours à la même température $t = 0^o$ C, calculez la pression partielle p_{p1} du dioxide de carbone et la pression partielle p_{p2} de l'oxygène dans le mélange.

3. Quelle est la pression totale du mélange? Quelle est la masse totale du mélange?

4. Nous chauffons pour porter la température du mélange à $t = 15^o$ C. Nous négligeons l'expansion thermique des enceintes. Donnez la pression totale du mélange et sa masse.

5. Reprenez les questions ci-dessus, en utilisant les valeurs suivantes: $V_1 = 3$ litres, V_2= 1 litre, p_1= 4 atm, p_2= 6 atm, M_{CO_2}=44g, M_{O_2}=32g,

Exercice 2: Gaz réels

La température de Mariotte est définie comme la température à laquelle le comportement d'un gaz réel est le plus proche de celui d'un gaz idéal.

1. Trouvez la température de Mariotte pour les gaz suivants:

   - un gaz décrit par l'équation d'état

   $$(p + \frac{n^2 a}{V^2})(V - nb) = nRT \tag{1}$$

   - un gaz décrit par l'équation d'état

   $$(p + \frac{n^2 a'}{TV^2})(V - nb) = nRT \tag{2}$$

   - un gaz décrit par l'équation d'état

   $$p(V - nb)exp(\frac{na}{RTV}) = nRT. \tag{3}$$

Exercice 3: Equations d'Euler-Lagrange

Nous considérons une masse ponctuelle (masse m) décrite par sa positions x et la dérivée temporelle $\dot{x}$ de sa position. La masse se trouve dans un potentiel $V(x)$. Nous considérons la fonction $L = \frac{m}{2}\dot{x}^2 - V(x)$.

1. Ecrivez explicitement l'"équation d'Euler-Lagrange":

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \tag{4}$$

   Donnez une interprétation physique de cette équation.

2. Que se passe-t-il si V ne dépend pas de x?

Exercice 4: Gyroscope

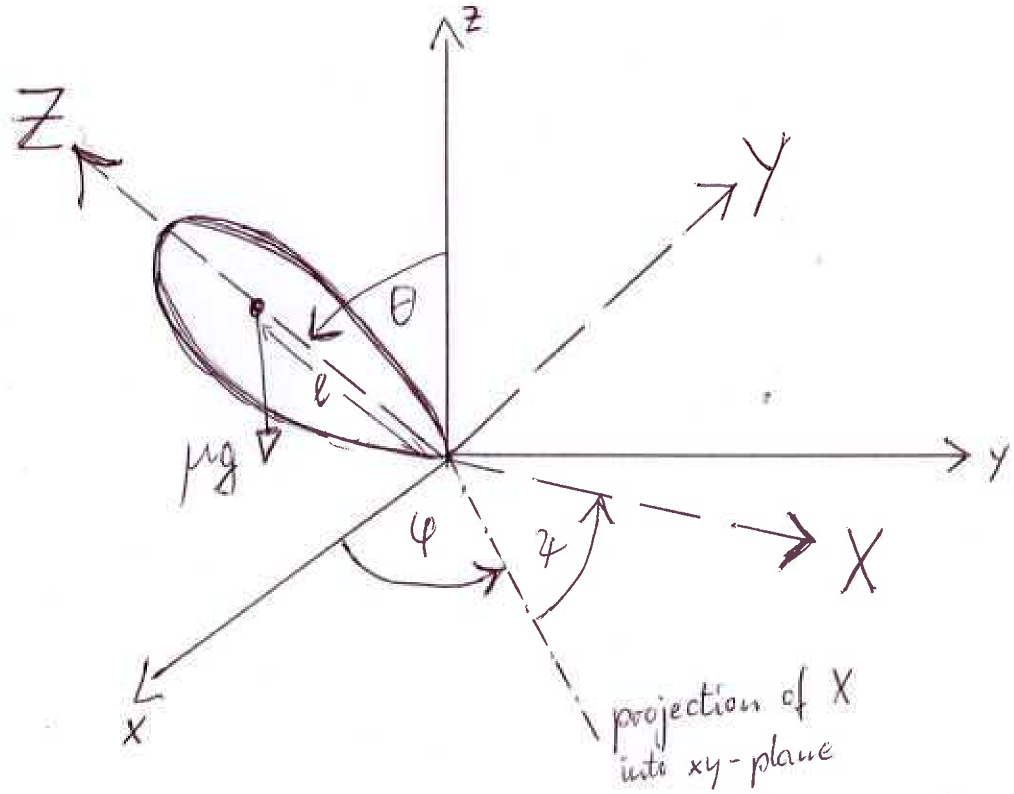
Nous considérons un gyroscope de masse μ dans le champ de gravité de la terre (nous notons l'accélération de la pesanteur g). Le gyroscope est invariant par rotation autour d'une de ces axes, ce qui signifie qu'il a deux moments d'inertie qui sont égaux, et que son centre de masse se trouve sur l'axe de symétrie. Son point le plus bas est immobile.

Il est utile de choisir ce point comme l'origine commun de deux systèmes d'axes cartésiens, un fixé dans l'espace, l'autre qui bouge avec le gyroscope. La position du gyroscope est décrite par trois angles d'Euler, voir figure. Le mouvement du gyroscope peut être décrit par la fonction

$$L = \frac{I_1 + \mu l^2}{2}(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 sin^2(\theta)) + \frac{I_3}{2}(\dot{\psi} + \dot{\phi} cos(\theta))^2 - \mu g l cos(\theta) \tag{5}$$

où l est la distance du centre de masse de l'origine.

1. Expliquez le propos précedent.
2. Pouvez-vous identifer deux quantités conservées? (Indication: Equations d'Euler-Lagrange!)
3. Donnez une interprétation physique de ces deux quantités.
4. Dérivez l'équation du mouvement du dégré de liberté qui reste. Montrez que cette équation peut être obtenue à partir d'un potentiel effectif unidimensionnel pour l'angle θ.
5. Décrivez le mouvement qui en résulte (en mots, pas d'équations!).
6. Sous quelle condition, le mouvement autour d'un axe vertical ($\theta = 0$) est-il stable?


z
Z
Y
θ
ℓ
μg
y
φ
ψ
X
x
projection of X
into xy-plane